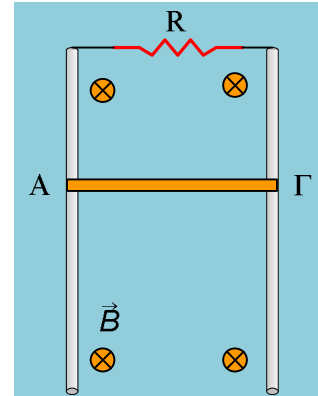


Ο αγωγός πέφτει κατακόρυφα

Ο αγωγός ΑΓ του σχήματος έχει μάζα $0,1\text{kg}$, μήκος $\ell=1\text{m}$ και αντίσταση $r=1\Omega$. Σε μια στιγμή ο αγωγός αφήνεται να κινηθεί σε επαφή με δύο κατακόρυφους στύλους, μέσα σε ένα οριζόντιο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $B=0,5\text{T}$, όπως στο σχήμα. Τα πάνω άκρα των δύο στύλων συνδέονται μέσω αντίστασης R . Μετά από λίγο, τη στιγμή t_1 , ο αγωγός ΑΓ έχει αποκτήσει ταχύτητα $v=2\text{m/s}$, ενώ ο αντιστάτης διαρρέεται από ρεύμα έντασης $i=0,5\text{A}$. Για τη στιγμή αυτή να βρεθούν:



- i) Ο ρυθμός μεταβολής της μαγνητικής ροής που διέρχεται από την επιφάνεια του ορθογωνίου που σχηματίζεται, καθώς και η ηλεκτρεγερτική δύναμη που αναπτύσσεται στο κύκλωμα. Θεωρήστε την κάθετη στην επιφάνεια να έχει φορά προς τα μέσα, ίδια με την ένταση του μαγνητικού πεδίου.
 - ii) Η φορά της έντασης του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό ΑΓ.
 - iii) Η επιτάχυνση του αγωγού ΑΓ και ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής του ενέργειας.
 - iv) Η ισχύς της ΗΕΔ από επαγωγή. Τι ποσοστό της παραπάνω ισχύος απορροφά ο αντιστάτης R;
 - v) Τι ενεργειακές μεταβολές εμφανίζονται στο κύκλωμα την παραπάνω στιγμή;
- Οι κατακόρυφοι στύλοι δεν εμφανίζουν αντίσταση, ενώ $g=10\text{m/s}^2$.

Απάντηση:

- i) Για τη στιγμή t_1 που ο αγωγός ΑΓ έχει ταχύτητα v , η μαγνητική ροή που διέρχεται από το σχηματιζόμενο ορθογώνιο, με πλευρές y και ℓ , είναι ίση:

$$\Phi = B \cdot S \cdot \sin\theta = B \cdot \ell \cdot y$$

Αλλά τότε, ο ρυθμός μεταβολής της είναι ίσος:

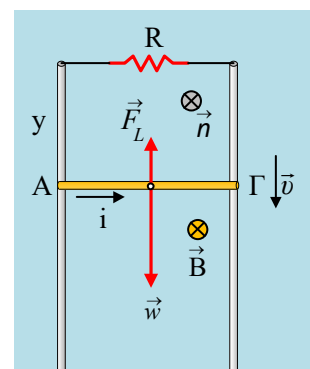
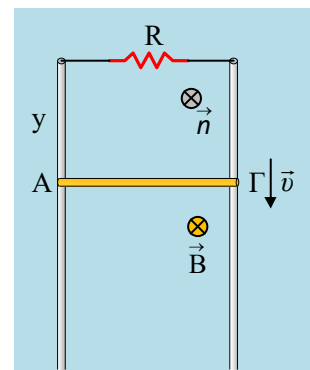
$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{d(B\ell y)}{dt} = B\ell \frac{dy}{dt} = B\ell v \rightarrow$$

$$\frac{d\Phi}{dt} = B\ell v = 0,5 \cdot 1 \cdot 2\text{Wb/s} = 1\text{Wb/s}$$

Ενώ από τον νόμο της επαγωγής παίρνουμε:

$$E_{\varepsilon\pi} = -\frac{d\Phi}{dt} = -1\text{V}$$

- ii) Η φορά του επαγωγικού ρεύματος θα είναι τέτοια, ώστε η δύναμη Laplace που θα ασκηθεί στον αγωγό ΑΓ να αντιτίθεται στην κίνηση του αγωγού, αφού η κίνηση είναι στην πραγματικότητα η αιτία μεταβολής της μαγνητικής ροής. Αλλά τότε η φορά της έντασης είναι από το Α στο Γ, οπότε πράγματι η δύναμη Laplace έχει φορά προς τα πάνω, αντίθετη της ταχύτητας, όπως στο σχήμα.



iii) Εφαρμόζοντας τον 2^ο νόμο του Νεύτωνα για τον αγωγό ΑΓ, παίρνουμε:

$$\alpha = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{w - F_L}{m} = \frac{mg - Bi\ell}{m} \rightarrow$$

$$\alpha = g - \frac{Bi\ell}{m} = \frac{10m}{s^2} - \frac{0,5 \cdot 0,5 \cdot 1}{0,1} \frac{m}{s^2} = 7,5 \text{ m/s}^2$$

Ενώ για τον ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας, έχουμε:

$$\frac{dK}{dt} = \frac{dW_{ολ}}{dt} = \frac{|\Sigma F| \cdot |dy| \cdot \sigma \nu \alpha}{dt} = |\Sigma F| \cdot |v| \rightarrow$$

$$\frac{dK}{dt} = |mg - Bi\ell| \cdot |v| = (0,1 \cdot 10 - 0,5 \cdot 0,5 \cdot 1) \cdot \frac{2J}{s} = 1,5 \text{ J/s}$$

iv) Η ισχύς της πηγής (της ηλεκτρεγερτικής δύναμης λόγω επαγωγής) είναι ίση:

$$P_E = |E| \cdot |i| = 1V \cdot 0,5A = 0,5W$$

Από τον νόμο του Ohm για το κλειστό κύκλωμα παίρνουμε:

$$i = \frac{E}{R+r} \rightarrow R + r = \frac{E}{i} = \frac{1}{0,5} \Omega = 2\Omega \rightarrow$$

$$R = R_{ολ} - r = 2\Omega - 1\Omega = 1\Omega$$

Οπότε η ισχύς η οποία εμφανίζεται ως θερμότητα στον αντιστάτη είναι ίση:

$$P_R = i^2 R = 0,5^2 \cdot 1W = 0,25W$$

Έτσι το ζητούμενο ποσοστό είναι:

$$\pi = \frac{P_R}{P_E} 100\% = \frac{0,25}{0,5} 100\% = 50\% \rightarrow$$

v) Ο αγωγός πέφτει, οπότε η δυναμική του ενέργεια μειώνεται. Πράγματι:

$$\frac{dU}{dt} = -P_w = -mgv = -0,1 \cdot 10 \cdot 2 \frac{J}{s} = -2 \text{ J/s}$$

Ένα μέρος της ενέργειας αυτής (τα 0,5 J/s) αφαιρούνται από την δύναμη Laplace, όπου

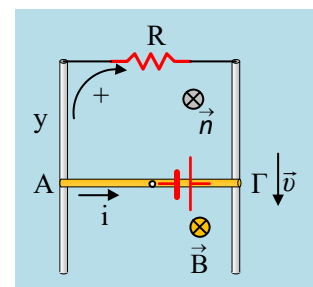
$$P_{FL} = -|F_L| \cdot |v| = -0,5 \cdot 0,5 \cdot 1 \cdot 2 \text{ W} = -0,5W$$

Και μετατρέπονται σε ηλεκτρική ενέργεια ($P_E = 0,5W$), ενώ τα υπόλοιπα $(2J/s - 0,5J/s) = 1,5J/s$ αυξάνουν την κινητική ενέργεια του αγωγού ($dK/dt = 1,5J/s$).

Σχόλιο:

Θεωρώντας την κάθετη στην επιφάνεια να έχει φορά προς τα μέσα, με βάση τον κανόνα του δεξιού χεριού, η φορά διαγραφής που θεωρείται θετική, είναι η φορά η ίδια με την φορά περιστροφής των δεικτών του ρολογιού, όπως έχει σημειωθεί στο διπλανό σχήμα.

Αλλά τότε υπολογίζοντας $E = -1V$ συμπεραίνουμε ότι η εμφανιζόμενη ΗΕΔ έχει αντίθετη πολικότητα, δημιουργώντας ρεύμα, η ένταση του οποίου επίσης



μπορεί να θεωρηθεί αρνητική ($i=-0,5A$).

dmargaris@gmail.com