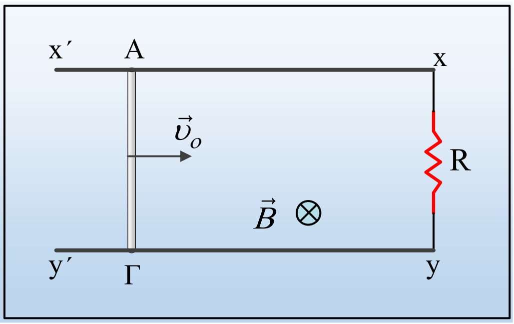
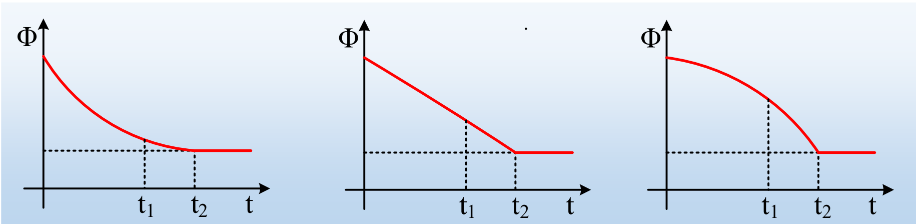
Μια ράβδος εκτοξεύεται και …σταματά.



Ο αγωγός ΑΓ του σχήματος, μήκους l=1m και μάζας m=0,5kg εκτοξεύεται οριζόντια με αρχική ταχύτητα υ_0=4m/s, σε επαφή με δύο οριζόντιους μεταλλικούς αγωγούς, οι οποίοι δεν εμφανίζουν αντίσταση και που στα άκρα τους x,y συνδέεται αντιστάτης με R=1,5Ω, με αποτέλεσμα να αποκτά αρχική επιτάχυνση μέτρου α_o=1m/s^2. Το σύστημα βρίσκεται μέσα σε ένα κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο, έντασης Β=0,5, όπως στο σχήμα.

i) Ποιο από τα παρακάτω διαγράμματα παριστάνει την μεταβολή της μαγνητικής ροής από το σχηματιζόμενο ορθογώνιο ΑxyΓ, σε συνάρτηση με το χρόνο; Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.



ii) Να υπολογιστεί η αρχική ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον ΑΓ, καθώς και η τάση στα άκρα του αντιστάτη V_{xy}, η οποία να συγκριθεί με την ΗΕΔ που αναπτύσσεται στον αγωγό ΑΓ για t=0.

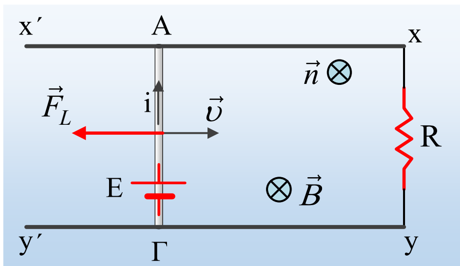
iii) Αν τη στιγμή t_1 ο αγωγός έχει ταχύτητα υ_1=1m/s, να υπολογιστούν:

α) Η θερμότητα που έχει εμφανιστεί στο κύκλωμα από 0-t_1.

β) Ο ρυθμός με τον οποίο παράγεται θερμότητα στον αντιστάτη R, την στιγμή t_1.

γ) Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του αγωγού ΑΓ την παραπάνω στιγμή.

Απάντηση:



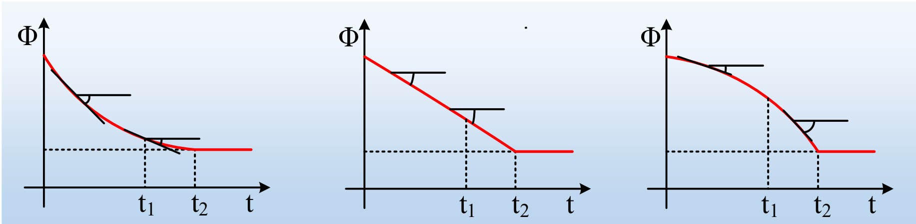
i) Στα διαγράμματα που μας δίνονται (και στα τρία) η μαγνητική ροή έχει θετικές τιμές, πράγμα που σημαίνει ότι η κάθετος στο οριζόντιο επίπεδο, έχει την κατεύθυνση του Β, όπως στο σχήμα. Αλλά τότε πάνω στον κινούμενο αγωγό θα εμφανιστεί μια ΗΕΔ λόγω επαγωγής με απόλυτο τιμή:

$$E = \left| -\frac{d\Phi}{dt} \right| = B\upsilon l \quad (1)$$

Η πολικότητα της ΗΕΔ αυτής είναι τέτοια, που να δημιουργεί ηλεκτρικό ρεύμα με φορά από το Γ στο Α, αφού μόνο τότε θα ασκηθεί δύναμη Laplace, κάθετη στον ΑΓ με φορά προς τα αριστερά, τείνοντας να αντισταθεί στην αιτία εμφάνισης ΗΕΔ, στην κίνηση προς τα δεξιά του αγωγού ΑΓ.

Αλλά τότε ο αγωγός επιβραδύνεται και το μέτρο της ταχύτητας μειώνεται, οπότε από την σχέση (1) θα μειώνεται (κατά απόλυτο τιμή) και ο ρυθμός μεταβολής της μαγνητικής ροής.

Ο ρυθμός όμως αυτός, προκύπτει από την κλίση στο διάγραμμα Φ-t και στο μόνο διάγραμμα στο οποίο μειώνεται η κλίση είναι το πρώτο, αφού στο δεύτερο έχουμε σταθερή κλίση και στο 3^o η κλίση αυξάνεται.



Να τονισθεί ότι στο σχήμα έχουν σημειωθεί οι γωνίες για τις κλίσεις κατά απόλυτο τιμή (η κλίση εκφράζεται με την παραπληρωματική γωνία από αυτήν που έχουμε σημειώσει…)

ii) Εφαρμόζοντας το 2^o νόμο του Νεύτωνα, αμέσως μετά την εκτόξευση για τα μέτρα δύναμης-επιτάχυνσης, παίρνουμε:

$$\Sigma F = ma \rightarrow F_L = ma \rightarrow Bi_o l = ma \rightarrow$$

$$i_o = \frac{ma}{Bl} = \frac{0,5 \cdot 1}{0,5 \cdot 1} A = 1A$$

Με βάση την τιμή αυτή, έχουμε για την τάση στα άκρα του αντιστάτη:

$$V_R = V_{xy} = i_o R = 1 \cdot 1,5V = 1,5V$$

Ενώ την ίδια στιγμή η ΗΕΔ που αναπτύσσεται στον κινούμενο αγωγό ΑΓ έχει απόλυτη τιμή (σχέση 1):

$$E = B\upsilon l = 0,5 \cdot 4 \cdot 1V = 2V$$

Παρατηρούμε ότι Ε>V_R πράγμα που σημαίνει ότι ο αγωγός ΑΓ παρουσιάζει αντίσταση r, με αποτέλεσμα να εμφανίζεται πάνω της μια πτώση τάσης. Πράγματι ισχύει:

$$V_R = V_{A\Gamma} = E - i_o r \rightarrow r = \frac{E - V_{A\Gamma}}{i_o} = \frac{2 - 1,5}{1} \Omega = 0,5\Omega$$

iii) Στο χρονικό διάστημα 0-t_1 η μόνη δύναμη που ασκείται στον αγωγό και παράγει έργο, είναι η δύναμη Laplace (η συνισταμένη των κατακόρυφων δυνάμεων, βάρος και κάθετη αντίδραση, δεν παράγουν έργο). Το έργο της, μετράει την ενέργεια που αφαιρείται από τον αγωγό και μετατρέπεται σε ηλεκτρική στο κύκλωμα.

α) Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για τον αγωγό ΑΓ, από 0-t_1:

$$K_1 - K_0 = W_{F_L} \rightarrow W_{F_L} = \frac{1}{2} m\upsilon_1^2 - \frac{1}{2} m\upsilon_0^2 \rightarrow$$

$$W_{F_L} = \frac{1}{2} 0,5 \cdot 1^2 J - \frac{1}{2} 0,5 \cdot 4^2 J = -3,75J \rightarrow$$

$$Q_\theta = 3,75J$$

β) Τη στιγμή t_1 αναπτύσσεται στον αγωγό ΑΓ ΗΕΔ $E_1 = B\upsilon_1 l$, οπότε το κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα έντασης:

$$i_1 = \frac{E_1}{R+r} = \frac{B\upsilon_1 l}{R+r} = \frac{0,5\cdot 1\cdot 1}{1,5+0,5}A = 0,25A$$

Οπότε από τον νόμο του Joule έχουμε για τον ρυθμό με τον οποίο παράγεται θερμότητα στον αντιστάτη:

$$\frac{dQ_\theta}{dt} = P_{R,Q} = i_1^2 R = 0,25^2\cdot 1,5J/s = \frac{1}{16}\cdot\frac{3}{2}J/s = \frac{3}{32}J/s$$

(μια χαρά είναι η απάντηση δοσμένη σε κλάσμα!!! Δεν είναι ανάγκη να το εμφανίσουμε με τη μορφή του δεκαδικού…)

γ) Για το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του ΑΓ έχουμε:

$$\frac{dK}{dt} = \frac{dW_{F_L}}{dt} = -|F_L|\cdot\upsilon_1 = -Bi_1 l\cdot\upsilon_1 \rightarrow$$
$$\frac{dK}{dt} = -0,5\cdot 0,25\cdot 1\cdot 1J/s = -0,125J/s = -\frac{1}{8}J/s$$

Σχόλιο.

Ο παραπάνω ρυθμός, γράφεται:

$$\frac{dK}{dt} = -\frac{1}{8}J/s = -\frac{4}{32}J/s$$

Ενώ έχουμε βρει ότι στον αντιστάτη εμφανίζεται θερμότητα με ρυθμό $\frac{dQ_\theta}{dt} = \frac{3}{32}J/s$. Προφανώς … κάτι λείπει! Απλά ξεχνάμε ότι και στην (εσωτερική) αντίσταση του ΑΓ παράγεται θερμότητα:

$$\frac{dQ_{\theta,r}}{dt} = P_{r,Q} = i_1^2 r = 0,25^2\cdot 0,5J/s = \frac{1}{16}\cdot\frac{1}{2}J/s = \frac{1}{32}J/s$$

dmargaris@gmail.com