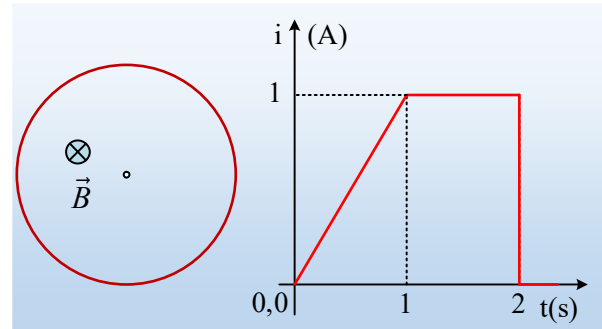


Μελετώντας το επαγωγικό ρεύμα

Στο σχήμα βλέπετε ένα ακίνητο κυκλικό συρμάτινο πλαίσιο, εμβαδού $S=0,5\text{m}^2$ και αντίστασης $R=0,5\Omega$, το οποίο βρίσκεται κάθετα στις δυναμικές γραμμές ενός ομογενούς μαγνητικού πεδίου με ένταση $B_0=0,2\text{T}$. Σε μια στιγμή $t_0=0$, το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου αρχίζει να αυξάνεται, οπότε το πλαίσιο διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα η ένταση του οποίου μεταβάλλεται όπως στο διπλανό διάγραμμα.



- i) Να υπολογιστεί η (αλγεβρική) τιμή της μαγνητικής ροής που διέρχεται από την επιφάνεια του πλαισίου τη χρονική στιγμή $t_0=0$.
- ii) Να βρεθεί το ηλεκτρικό φορτίο που περνά από μια διατομή του σύρματος μέχρι τη στιγμή $t=2\text{s}$.
- iii) Για την χρονική στιγμή $t_1=0,4\text{s}$, να βρεθούν:
 - α) Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το πλαίσιο.
 - β) Η ηλεκτρική ισχύς που εμφανίζεται στο πλαίσιο.
 - γ) Ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του μαγνητικού πεδίου.
- iv) Να γίνει η γραφική παράσταση της ΗΕΔ από επαγωγή που εμφανίζεται στο πλαίσιο σε συνάρτηση με το χρόνο και με τη βοήθεια του διαγράμματος αυτού να βρεθεί η τελική ένταση του μαγνητικού πεδίου.

Απάντηση:

- i) Η μαγνητική ροή που διέρχεται από την επιφάνεια του κυκλικού πλαισίου, υπολογίζεται από την εξίσωση:

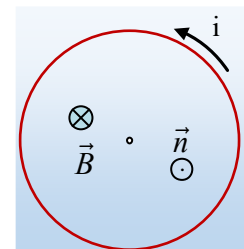
$$\Phi = B \cdot S \cdot \cos \alpha$$

Χωρίς όμως να γνωρίζουμε την γωνία που σχηματίζει η ένταση με την κάθετη στο πλαίσιο. Είναι μηδέν ή 180° ; Από τον νόμο της επαγωγής παίρνουμε ότι η ΗΕΔ που αναπτύσσεται στο πλαίσιο είναι ίση:

$$E = - \frac{d\Phi}{dt}$$

Οπότε το πλαίσιο διαρρέεται από ρεύμα έντασης:

$$I = \frac{E}{R} = - \frac{d\Phi/dt}{R}$$



Αλλά με βάση το διάγραμμα $i-t$ που μας δίνεται $i > 0$, συνεπώς ο ρυθμός μεταβολής της μαγνητικής ροής θα είναι αρνητικός, ενώ το μέτρο της έντασης αυξάνεται! Για να συμβαίνει αυτό θα πρέπει η κάθετη στο πλαίσιο να έχει φορά προς τα έξω, οπότε τότε:

$$\begin{aligned} \Phi &= B \cdot S \cdot \cos 180^\circ = -B \cdot S < 0 \rightarrow \\ \Delta\Phi &= \Phi_2 - \Phi_1 = -B_2 S + B_1 S = -(B_2 - B_1) S < 0 \rightarrow \end{aligned}$$

$$\frac{d\Phi}{dt} < 0 \text{ και } E > 0, i > 0$$

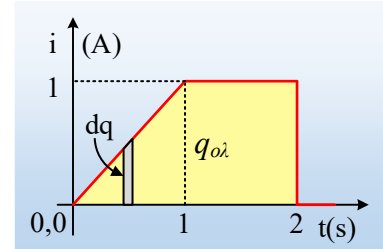
Οπότε η αρχική τιμή της μαγνητικής ροής είναι ίση:

$$\Phi_0 = -B_0 \cdot S = -0,2 \cdot 0,5 \text{ Wb} = -0,1 \text{ Wb}$$

ii) Στο διάγραμμα $i-t$, το εμβαδόν του τραπεζίου (με κίτρινο χρώμα), είναι αριθμητικά ίσο με το φορτίο που περνά από μια διατομή του σύρματος,

αφού $i = \frac{dq}{dt} \rightarrow dq = i \cdot dt$. Έτσι:

$$q_{ολ} = \frac{B + \beta}{2} v = \frac{2+1}{2} 1Cb = 1,5Cb$$



iii) Στο χρονικό διάστημα 0-1s η ένταση του ρεύματος είναι ανάλογη του χρόνου, συνεπώς ικανοποιεί μια εξίσωση της μορφής $i = \alpha \cdot t$, όπου με αντικατάσταση $t=1s$ και $i=1A$ παίρνουμε $\alpha=1 \text{ A/s}$. Οπότε έχουμε:

α) Η ένταση του ρεύματος είναι ίση:

$$i_1 = \alpha t_1 = 0,4 \text{ A}$$

β) Η ΗΕΔ που εμφανίζεται τη στιγμή αυτή στο κύκλωμα είναι ίση:

$$E_1 = i_1 \cdot R = 0,4 \cdot 0,5 \text{ V} = 0,2 \text{ V}$$

Οπότε η ηλεκτρική ισχύς στο κύκλωμα είναι ίση:

$$P = E_1 \cdot i_1 = 0,2 \cdot 0,4 \text{ W} = 0,08 \text{ W}$$

γ) Από τον νόμο της επαγωγής παίρνουμε:

$$E_1 = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(-BS)}{dt} = \frac{dB}{dt} \cdot S \rightarrow$$

$$\frac{dB}{dt} = \frac{E_1}{S} = \frac{0,2}{0,5} \text{ T/s} = 0,4 \text{ T/s}$$

iv) Η ΗΕΔ από επαγωγή που εμφανίζεται στο πλαίσιο προκύπτει από τον νόμο του Ohm:

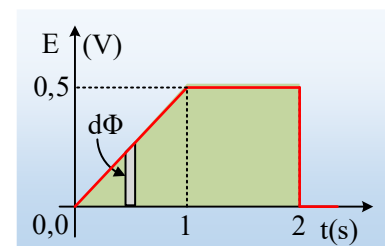
$$I = \frac{E}{R} \rightarrow E = IR$$

Σύμφωνα με την τελευταία εξίσωση, έχουμε την E να έχει την ίδια μορφή

με την ένταση του ρεύματος, αλλά οι τιμές θα πολλαπλασιάζονται επί R , οπότε για την γραφική παράσταση $E-t$, παίρνουμε το διπλανό διάγραμμα. Αν πάρουμε τώρα το νόμο της επαγωγής, χρησιμοποιώντας τις απόλυτες τιμές, αφού μας ενδιαφέρει το μέτρο της έντασης, θα έχουμε:

$$E = -\frac{d\Phi}{dt} \rightarrow |d\Phi| = |E| dt$$

Αλλά τότε το εμβαδόν ενός στοιχειώδους παραλληλογράμμου (με γκρι χρώμα στο διάγραμμα) για χρόνο



dt, θα μας δίνει την αντίστοιχη στοιχειώδη μεταβολή της μαγνητικής ροής. Κατά συνέπεια η συνολική απόλυτη μεταβολή της μαγνητικής ροής θα ισούται αριθμητικά με το εμβαδόν του πράσινου τραπεζίου:

$$|\Delta\Phi_{ολ}| = \frac{B + \beta}{2} \nu = \frac{2+1}{2} \cdot 0,5Wb = 0,75Wb$$

Όμως: $|\Delta\Phi_{ολ}| = \Delta B \cdot S \rightarrow$

$$\Delta B = \frac{|\Delta\Phi_{ολ}|}{S} = \frac{0,75}{0,5} T = 1,5T \rightarrow$$

$$B_{\tau} - B_0 = 1,5T \rightarrow B_{\tau} = 1,7T$$

Η παραπάνω ένταση το μαγνητικού πεδίου είναι τη στιγμή $t=2s$, αλλά στην συνέχεια θα παραμείνει σταθερή, αφού $I=0$, πράγμα που σημαίνει ότι δεν έχουμε επαγωγικά φαινόμενα.

Σχόλιο:

Ο υπολογισμός της τελικής έντασης του μαγνητικού πεδίου θα μπορούσε να βρεθεί και με εφαρμογή του νόμου του Neumann, αφού έχουμε υπολογίσει προηγούμενα το ολικό φορτίο που μετακινήθηκε στο κύκλωμα:

$$q = \frac{\Delta\Phi}{R} = \frac{S \cdot \Delta B}{R} \rightarrow \Delta B = \frac{q_{ολ} R}{S} = \frac{1,5 \cdot 0,5}{0,5} T = 1,5T \rightarrow$$

$$B_{\tau} = B_0 + \Delta B = 1,7T$$

dmargaris@gmail.com