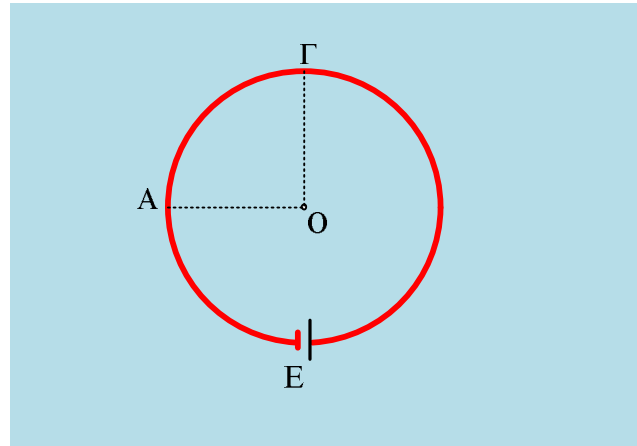


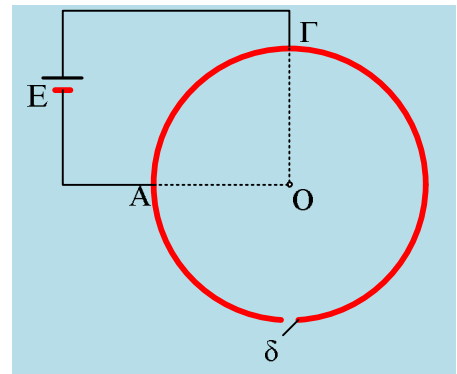
## Μαγνητικό πεδίο τμήματος κυκλικού αγωγού

Στο κέντρο  $O$  του κυκλικού αγωγού του σχήματος, η ένταση του μαγνητικού πεδίου, εξαιτίας του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό, έχει μέτρο  $B_0 = 4 \cdot 10^{-5} \text{T}$ . Το επίπεδο του κυκλικού αγωγού είναι πάνω στο επίπεδο της σελίδας.



- i) Να σχεδιάσετε το διάνυσμα της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο σημείο  $O$ .
- ii) Η ένταση στο κέντρο  $O$  του αγωγού, οφείλεται στο μαγνητικό πεδίο που δημιουργεί κάθε στοιχειώδες τόξο  $ds$  του κύκλου και μπορούμε να γράψουμε  $dB = \lambda \cdot ds$ .
  - a) Να βρεθεί ο συντελεστής αναλογίας  $\lambda$ .
  - β) Αφού αποδειχθεί ότι η ένταση που οφείλεται σε τόξο μήκους  $s$ , είναι ανάλογη του  $s$ , να υπολογίσετε την ένταση του μαγνητικού πεδίου, που οφείλεται στο τόξο  $A\Gamma$ , όπου η γωνία  $AO\Gamma = 90^\circ$ .

iii) Ο ίδιος κυκλικός αγωγός συνδέεται με την ίδια γεννήτρια  $HE\Delta E$  και με μηδενική εσωτερική αντίσταση, με σύρματα χωρίς αντίσταση, στα σημεία  $A$  και  $\Gamma$ , όπως στο διπλανό σχήμα. Αν ο διακόπτης  $\delta$  είναι ανοικτός:



- a. Βρείτε το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο  $O$  του κύκλου και σχεδιάστε το διάνυσμά της στο σχήμα.
- β. Σε μια στιγμή κλείνουμε το διακόπτη  $\delta$ . Πόση είναι τώρα η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο  $O$  του κύκλου;

### Απάντηση:

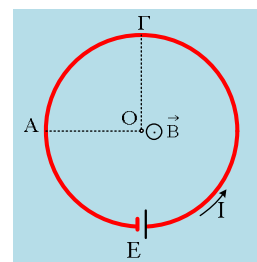
Το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του κυκλικού αγωγού ακτίνας  $r$ , που διαρρέεται από ρεύμα έντασης  $I$  δίνεται από την εξίσωση:

$$B = K_\mu \frac{2\pi I}{r} \quad (1)$$

Ενώ αν ο αγωγός έχει αντίσταση  $R$ , η ένταση του ρεύματος δίνεται από το νόμο του Ohm:

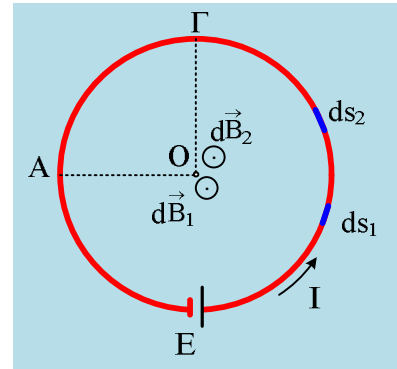
$$I = \frac{E}{R}$$

- i) Στο διπλανό σχήμα έχουν σημειωθεί τόσο η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον κυκλικό αγωγό, όσο και η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του



κύκλου, κάθετη στο επίπεδο της σελίδας, με φορά προς τα έξω, όπως προκύπτει από τον κανόνα του δεξιού χεριού.

- ii) Η σχέση (1) μας επιτρέπει να υπολογίζουμε την ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο O του κυκλικού αγωγού, μαγνητικού πεδίου που δημιουργείται από όλον τον κυκλικό αγωγό. Κάθε στοιχειώδες όμως τόξο ds, που διαρρέεται από ρεύμα, συνεισφέρει στην δημιουργία αυτού του μαγνητικού πεδίου. Έτσι αν πάρουμε δύο στοιχειώδη τόξα με ίσα μήκη ds<sub>1</sub> και ds<sub>2</sub>, καθένα από αυτά δημιουργεί στο κέντρο O του κύκλου στοιχειώδη ένταση dB<sub>1</sub> και dB<sub>2</sub> αντίστοιχα, με διεύθυνση κάθετη στο επίπεδο της σελίδας, όπως στο σχήμα και μέτρα:



$$dB_1 = dB_2 = \lambda \cdot ds$$

Αλλά τότε η συνολική ένταση του μαγνητικού πεδίου που οφείλεται σε ένα οποιοδήποτε τόξο μήκους s, μπορεί να υπολογιστεί, αν το τόξο αυτό χωριστεί σε στοιχειώδη τόξα με μήκη ds<sub>i</sub>, οπότε θα έχουμε:

$$B_s = dB_1 + dB_2 + \dots + dB_v = \lambda \cdot ds_1 + \lambda \cdot ds_2 + \dots + \lambda \cdot ds_v = \lambda(ds_1 + ds_2 + \dots + ds_v) = \lambda \cdot s \quad (2)$$

Αφού η διανυσματική άθροιση των στοιχειωδών εντάσεων, μετατρέπεται σε αλγεβρική, μιας και όλα τα διανύσματα είναι κάθετα στο επίπεδο στο σημείο O.

Με την ίδια λογική, για όλο τον κύκλο θα έχουμε:

$$B_o = \lambda \cdot s_{ολ} = \lambda \cdot 2\pi r \quad (3)$$

- α) Από την εξίσωση (3) λαμβάνοντας υπόψη ότι  $B = K_\mu \frac{2\pi I}{r}$  παίρνουμε:

$$K_\mu \frac{2\pi I}{r} = \lambda \cdot 2\pi r \rightarrow \lambda = K_\mu \frac{I}{r^2}$$

- β) Από (2) και (3) με διαίρεση κατά μέλη, παίρνουμε:

$$\frac{B_s}{B_o} = \frac{\lambda \cdot s}{\lambda \cdot 2\pi r} \rightarrow$$

$$B_s = B_o \frac{s}{2\pi r} \quad (4)$$

Εφαρμογή για το τόξο ΑΓ, που αντιστοιχεί σε τεταρτοκύκλιο:

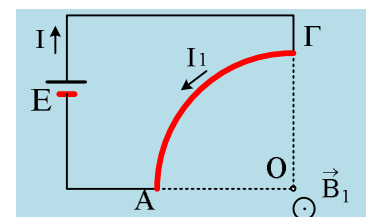
$$B_{AG} = B_o \frac{s_{AG}}{2\pi r} = 4 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{1}{4} \frac{2\pi r}{2\pi r} T = 10^{-5} T$$

- iii) Με ανοικτό το διακόπτη, έχουμε το διπλανό κύκλωμα.

- α) Στην περίπτωση αυτή η αντίσταση του τμήματος ΑΓ θα είναι:

$$R_1 = \rho_o \frac{\ell_1}{S} = \frac{1}{4} \rho_o \frac{\ell}{S} = \frac{1}{4} R$$

Οπότε θα διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα, έντασης:



$$I_1 = \frac{E}{R_1} = 4 \frac{E}{R} = 4I$$

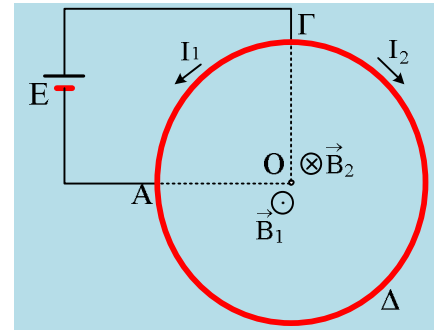
Όπου  $I$  η αρχική ένταση του ρεύματος, στο i) ερώτημα.

Αλλά τότε, λαμβάνοντας υπόψη την (4) θα έχουμε για το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου, στο κέντρο  $O$ :

$$B_1 = B'_{o1} \frac{s}{2\pi r} = K_\mu \frac{2\pi I_1}{r} \cdot \frac{1}{4} \frac{2\pi r}{2\pi r} = K_\mu \frac{2\pi 4I}{r} \cdot \frac{1}{4} = K_\mu \frac{2\pi I}{r} = 4 \cdot 10^{-5} T$$

Ενώ η κατεύθυνσή της είναι κάθετη στο επίπεδο της σελίδας με φορά προς τα έξω, όπως στο σχήμα.

β) Αν κλείσουμε το διακόπτη θα έχουμε το διπλανό κύκλωμα, όπου το τόξο των  $90^\circ$   $A\Gamma$  συνεχίζει να διαρρέεται από το ίδιο ρεύμα, δημιουργώντας και την ίδια ένταση μαγνητικού πεδίου  $B_1$  στο κέντρο  $O$ , όπως και στο προηγούμενο ερώτημα, ενώ ταυτόχρονα και το τόξο  $\Gamma\Delta A$  (των  $270^\circ$ ) διαρρέεται από ρεύμα έντασης  $I_2$ , δημιουργώντας μαγνητικό πεδίο έντασης  $B_2$ , στο  $O$ .



Όμως  $R_{\Gamma\Delta A} = R - R_1 = \frac{3}{4} R$  και

$$I_2 = \frac{E}{R_2} = 4 \frac{E}{3R} = \frac{4}{3} I$$

Ενώ για την ένταση του μαγνητικού πεδίου:

$$B_2 = B'_{o2} \frac{s'}{2\pi r} = K_\mu \frac{2\pi I_2}{r} \cdot \frac{3}{4} \frac{2\pi r}{2\pi r} = K_\mu \frac{2\pi 4I}{3r} \cdot \frac{3}{4} = K_\mu \frac{2\pi I}{r} = 4 \cdot 10^{-5} T$$

Αλλά τότε η συνολική ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο  $O$  του κύκλου είναι:

$$B_{ολ} = B_1 - B_2 = 4 \cdot 10^{-5} T - 4 \cdot 10^{-5} T = 0$$

### Σχόλιο για Καθηγητές:

Όποιος αναγνωρίσει μια προσπάθεια να χρησιμοποιηθεί ο νόμος Biot-Savart χωρίς να διδάσκεται, δεν θα έχει άδικο. Αλλά μόνο έτσι μπορούμε να περάσουμε από το κύκλο στο τεταρτοκύκλιο ή στο ημικύκλιο...

[dmargaris@gmail.com](mailto:dmargaris@gmail.com)