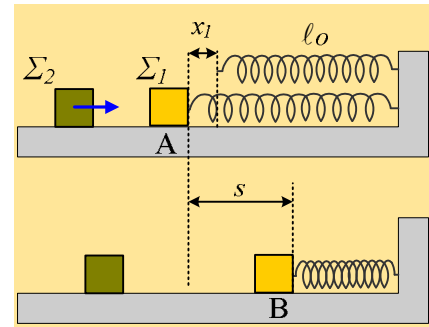


Ισορροπίες με τριβές και κρούση.

Πάνω σε ένα μη λείο οριζόντιο επίπεδο, ηρεμεί ένα σώμα Σ_1 μάζας $m_1=2\text{kg}$, δεμένο στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=20\text{N/m}$, το οποίο έχει επιμηκύνει κατά $x_1=0,2\text{m}$. Ένα δεύτερο σώμα Σ_2 μάζας $m_2=1\text{kg}$ κινείται κατά μήκος του άξονα του ελατηρίου με κατεύθυνση προς το σώμα Σ_1 , με το οποίο μετά από λίγο συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά. Τα δυο σώματα παρουσιάζουν τον ίδιο συντελεστή τριβής ολίσθησης με το επίπεδο $\mu=0,65$. Μετά την κρούση το Σ_1 διανύει απόσταση $(AB)=s=0,6\text{m}$, μέχρι να μηδενιστεί η ταχύτητά του, στη θέση B.



- i) Να υπολογιστεί η τριβή που ασκείται στο σώμα Σ_1 , στη θέση A, πριν την κρούση.
- ii) Να βρεθεί η ταχύτητα την οποία αποκτά το σώμα Σ_1 , αμέσως μετά την κρούση, καθώς και η αντίστοιχη επιτάχυνσή του.
- iii) Τι ποσοστό της κινητικής ενέργειας του Σ_2 ελάχιστα πριν την κρούση, μεταφέρεται στο σώμα Σ_1 ;
- iv) Να βρεθεί η τελική απόσταση μεταξύ των δύο σωμάτων, μετά την ακινητοποίησή τους.

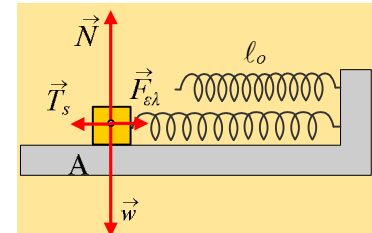
Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

Απάντηση:

- i) Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Σ_1 στην αρχική θέση ισορροπίας του A, όπου το σώμα αντιμετωπίζεται ως υλικό σημείο. Από την ισορροπία του σώματος παίρνουμε:

$$\sum F_x=0 \rightarrow F_{ελ}-T_s=0 \rightarrow T_s=F_{ελ}=k \cdot x_1=20 \cdot 0,2\text{N}=4\text{N}$$

$$\sum F_y=0 \rightarrow N=w=m_1g=20\text{N}$$



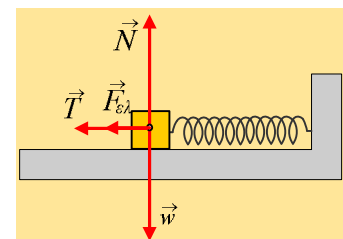
Προφανώς η τριβή αυτή είναι στατική τριβή, αφού το σώμα ισορροπεί.

- ii) Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση του σώματος Σ_1 από την θέση A μέχρι τη θέση B, όπου μηδενίζεται η ταχύτητά του. Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται πάνω του σε μια θέση που το ελατήριο έχει συμπιεστεί.

$$K_B-K_A=W_w+W_N+W_{Fελ}+W_T \quad (1)$$

Όπου $W_w=W_N=0$, δυνάμεις κάθετες στη μετατόπιση, ενώ για το έργο της δύναμης του ελατηρίου, μιας συντηρητικής δύναμης ισχύει $W_{Fελ}=U_{αρχ}-U_{τελ}=\frac{1}{2}kx_1^2-\frac{1}{2}kx_2^2$, με $x_2=s-x_1=0,6\text{m}-0,2\text{m}=0,4\text{m}$. Έτσι από την (1) αν v_1 η ταχύτητα του Σ_1 αμέσως μετά την κρούση, παίρνουμε:

$$0-\frac{1}{2}m_1v_1^2=0+0-\frac{1}{2}kx_1^2-\frac{1}{2}kx_2^2-\mu Ns \rightarrow$$



$$v_1 = \sqrt{\frac{k(x_2^2 - x_1^2) + 2\mu Ns}{m_1}} = \sqrt{\frac{20(0,4^2 - 0,2^2) + 2 \cdot 0,65 \cdot 20 \cdot 0,6}{2}} \text{ m/s} = 3 \text{ m/s}$$

Εξάλλου από το 2^ο νόμο του Νεύτωνα, αμέσως μετά την κρούση, όπου το σώμα έχει ταχύτητα, άρα η τριβή έχει μετατραπεί σε τριβή ολίσθησης μέτρου $T = \mu \cdot N = 0,65 \cdot 20 \text{ N} = 13 \text{ N}$ και θεωρώντας την προς τα δεξιά κατεύθυνση ως θετική, παίρνουμε:

$$\Sigma F = m \cdot a \rightarrow F_{ελ} - T = m_1 \cdot a \rightarrow$$

$$a = \frac{kx_1 - T}{m_1} = \frac{20 \cdot 0,2 - 13}{2} \text{ m/s}^2 = -4,5 \text{ m/s}^2$$

iii) Για την κεντρική ελαστική κρούση μεταξύ δύο υλικών σημείων, όπου το ένα (Σ_1) είναι ακίνητο, ενώ το Σ_2 κινείται με ταχύτητα v_0 , οι τελικές ταχύτητες v_1 και v_2 ικανοποιούν τις εξισώσεις:

$$v_1 = \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_0 \quad (2) \quad \text{και} \quad v_2 = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_0 \quad (3)$$

Από την (2) βρίσκουμε:

$$v_0 = \frac{m_1 + m_2}{2m_2} v_1 = \frac{2+1}{2 \cdot 1} \cdot 3 \text{ m/s} = 4,5 \text{ m/s} \rightarrow$$

$$v_2 = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_0 = \frac{1 - 2}{2 + 1} 4,5 \frac{\text{m}}{\text{s}} = -1,5 \text{ m/s}$$

Οπότε το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του Σ_2 που μεταφέρεται στο Σ_1 στη διάρκεια της κρούσης είναι:

$$\pi = \frac{K_1}{K_0} 100\% = \frac{\frac{1}{2} m_1 v_1^2}{\frac{1}{2} m_2 v_0^2} 100\% = \frac{2 \cdot 3^2}{1 \cdot 4,5^2} 100\% \approx 89\%$$

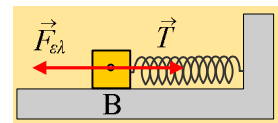
iv) Σχεδιάζουμε τις δυνάμεις που ασκούνται στο Σ_1 μόλις μηδενιστεί η ταχύτητά του στη θέση Β. Το σώμα λόγω της δύναμης του ελατηρίου τείνει να κινηθεί προς τα αριστερά, συνεπώς η τριβή έχει φορά προς τα δεξιά. Για το μέτρο της δύναμης του ελατηρίου έχουμε:

$$F_{ελ} = k \cdot \Delta l = k \cdot x_2 = 20 \cdot 0,4 \text{ N} = 8 \text{ N}$$

Αλλά αφού η τριβή ολίσθησης έχει μέτρο $T_{ολ} = 13 \text{ N}$, τότε η δύναμη του ελατηρίου δεν είναι «ικανή» να επιταχύνει το σώμα, το οποίο θα παραμείνει ακίνητο στη θέση Β, ενώ η ασκούμενη τριβή θα είναι στατική, μέτρου:

$$T_{\sigma, B} = 8 \text{ N}$$

Το σώμα Σ_2 βρήκαμε ότι αποκτά ταχύτητα προς τα αριστερά, μέτρου $|v_2| = 1,5 \text{ m/s}$, οπότε θα σταματήσει σε μια θέση Γ, σε απόσταση s_2 από τη θέση της κρούσης Α, οπότε με εφαρμογή του Θ.Μ.Κ.Ε. για το σώμα βρίσκουμε:



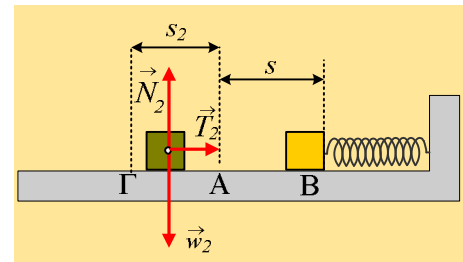
$$K_{2,\Gamma} - K_{2,A} = W_{w_2} + W_{N_2} + W_{T_2} \rightarrow$$

$$0 - \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = 0 + 0 - \mu m_2 g s_2 \rightarrow$$

$$s_2 = \frac{v_2^2}{2\mu g} = \frac{1,5^2}{2 \cdot 0,65 \cdot 10} m \approx 0,17m$$

Οπότε η τελική απόσταση μεταξύ των δύο σωμάτων είναι:

$$d = s + s_2 = 0,6m + 0,17m = 0,77m$$



dmargaris@gmail.com