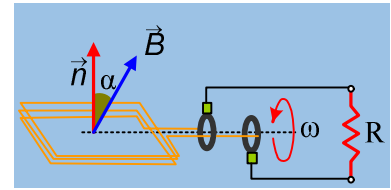


## Η περιστροφή του πλαισίου και το Ε.Ρ.

Το πλαίσιο του σχήματος αποτελείται από  $N=100$  σπείρες όπου η καθεμιά έχει εμβαδόν  $A=50\text{cm}^2$  και βρίσκεται μέσα σε ένα ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης  $B=0,1\text{T}$ . Να βρεθούν οι εξισώσεις της μαγνητικής ροής, της τάσης και της έντασης του ρεύματος που διαρρέει τον αντιστάτη με αντίσταση  $R=10\pi \Omega$ , σε συνάρτηση με το χρόνο, αν το πλαίσιο στρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα  $\omega=100\pi \text{ rad/s}$ , ενώ τη στιγμή  $t_0=0$ , η κάθετη στο πλαίσιο σχηματίζει με τις δυναμικές γραμμές του πεδίου γωνία  $\alpha$ , όπου:



$$\text{i) } \alpha=0^\circ, \quad \text{ii) } \alpha=90^\circ, \quad \text{iii) } \alpha=30^\circ.$$

Θεωρούμε ότι στο κύκλωμα δεν εμφανίζεται άλλη αντίσταση πέρα από αυτή του αντιστάτη.

### Απάντηση:

i) Αν τη στιγμή  $t=0$  το πλαίσιο είναι κάθετο στις δυναμικές γραμμές ή ισοδύναμα η γωνία που σχηματίζει η κάθετος στο πλαίσιο με την ένταση του μαγνητικού πεδίου είναι  $\alpha=0$ , τότε η μαγνητική ροή που διέρχεται από το πλαίσιο δίνεται από την εξίσωση:

$$\Phi = N \cdot B \cdot A \cdot \sin(\omega t + \alpha) = N \cdot B \cdot A \cdot \sin(\omega t) \rightarrow$$

$$\Phi = 100 \cdot 0,1 \cdot 50 \cdot 10^{-4} \cdot \sin(100\pi t) = 0,05 \cdot \sin(100\pi t) \quad (\text{S.I.}) \quad (1)$$

Η αντίστοιχη σχέση για την στιγμιαία ΗΕΔ από επαγωγή, την οποία ονομάζουμε εναλλασσόμενη τάση, δίνεται από την εξίσωση:

$$v = -\frac{d\Phi}{dt} = N \cdot \omega \cdot B \cdot A \cdot \eta\mu(100\pi t) \rightarrow$$

$$v = 100 \cdot 100\pi \cdot 0,1 \cdot 50 \cdot 10^{-4} \cdot \eta\mu(100\pi t) = 5\pi \cdot \eta\mu(100\pi t) \quad (\text{S.I.}) \quad (2)$$

Αλλά τότε από το νόμο του Ohm παίρνουμε:

$$i = \frac{v}{R} = \frac{5\pi}{10\pi} \eta\mu(100\pi t) = 0,5 \cdot \eta\mu(100\pi t) \quad (\text{S.I.}) \quad (3)$$

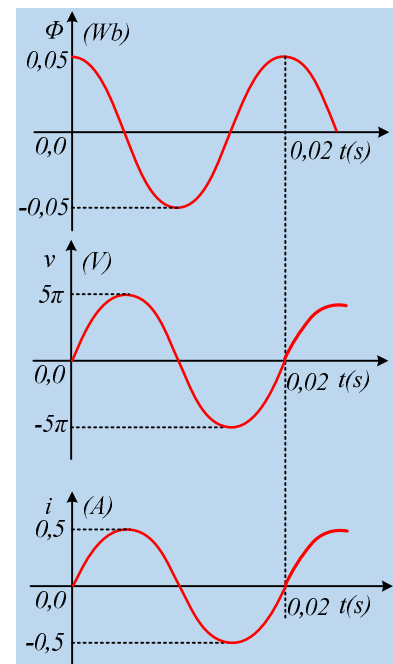
Οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων (1), (2) και (3), στο διπλανό σχήμα.

ii) Αν τη στιγμή  $t=0$  το πλαίσιο σχηματίζει γωνία  $\alpha=90^\circ$  με την ένταση του μαγνητικού πεδίου (είναι παράλληλο στις δυναμικές γραμμές), τότε η μαγνητική ροή που διέρχεται από το πλαίσιο δίνεται από την εξίσωση:

$$\Phi = N \cdot B \cdot A \cdot \sin(\omega t + \alpha) = N \cdot B \cdot A \cdot \sin(\omega t + \pi/2) \rightarrow$$

$$\Phi = -N \cdot B \cdot A \cdot \eta\mu(\omega t) \quad \acute{\eta}$$

$$\Phi = -0,05 \cdot \eta\mu(100\pi t) \quad (\text{S.I.}) \quad (1\alpha)$$



Η αντίστοιχη τιμή για την στιγμιαία εναλλασσόμενη τάση, δίνεται από την εξίσωση:

$$v = -\frac{d\Phi}{dt} = N \cdot \omega \cdot B \cdot A \cdot \eta\mu(100\pi t + \pi/2) \rightarrow$$

$$v = N \cdot \omega \cdot B \cdot A \cdot \sigma\upsilon\nu(100\pi t) \rightarrow$$

$$v = 100 \cdot 100\pi \cdot 0,1 \cdot 50 \cdot 10^{-4} \cdot \sigma\upsilon\nu(100\pi t) \rightarrow$$

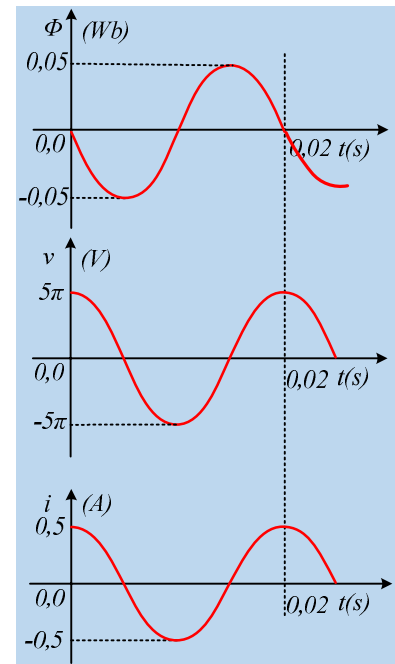
$$v = 5\pi \cdot \sigma\upsilon\nu(100\pi t) \text{ (S.I.) (2}\alpha\text{)}$$

Αλλά τότε από το νόμο του Ohm παίρνουμε:

$$i = \frac{v}{R} = \frac{5\pi}{10\pi} \sigma\upsilon\nu(100\pi t) \rightarrow$$

$$i = 0,5 \cdot \sigma\upsilon\nu(100\pi t) \text{ (S.I.) (3}\alpha\text{)}$$

Οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων (1α), (2α) και (3α), στο διπλανό σχήμα.



iii) Τέλος αν τη στιγμή  $t=0$  η κάθετος στο πλαίσιο σχηματίζει με την ένταση του μαγνητικού πεδίου γωνία  $\alpha=30^\circ$ , τότε η μαγνητική ροή που διέρχεται από το πλαίσιο δίνεται από την εξίσωση:

$$\Phi = N \cdot B \cdot A \cdot \sigma\upsilon\nu(\omega t + \alpha) = N \cdot B \cdot A \cdot \sigma\upsilon\nu(\omega t + \pi/6) \rightarrow$$

$$\Phi = 100 \cdot 0,1 \cdot 50 \cdot 10^{-4} \cdot \sigma\upsilon\nu(100\pi t + \pi/6)$$

$$\Phi = 0,05 \cdot \sigma\upsilon\nu(100\pi t + \pi/6) \text{ (S.I.) (1}\beta\text{)}$$

Η αντίστοιχη εξίσωση για την εναλλασσόμενη τάση, δίνεται από την εξίσωση:

$$v = -\frac{d\Phi}{dt} = N \cdot \omega \cdot B \cdot A \cdot \eta\mu(100\pi t + \pi/6) \rightarrow$$

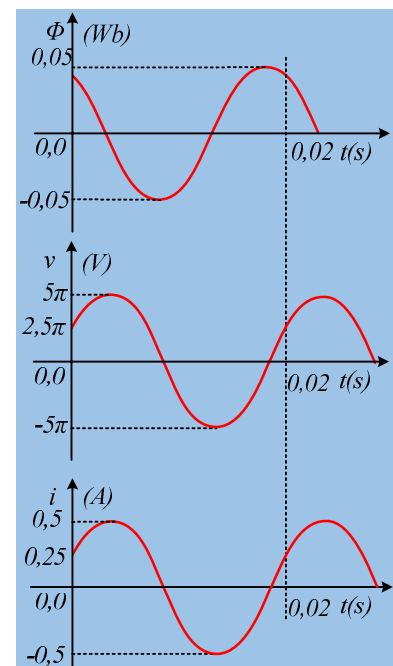
$$v = 100 \cdot 100\pi \cdot 0,1 \cdot 50 \cdot 10^{-4} \cdot \eta\mu(100\pi t + \pi/6) \rightarrow$$

$$v = 5\pi \cdot \eta\mu(100\pi t + \pi/6) \text{ (S.I.) (2}\beta\text{)}$$

Αλλά τότε από το νόμο του Ohm παίρνουμε:

$$i = \frac{v}{R} = \frac{5\pi}{10\pi} \eta\mu(100\pi t + \pi/6) = 0,5 \cdot \eta\mu(100\pi t + \pi/6) \text{ (S.I.) (3}\beta\text{)}$$

Οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων (1β), (2β) και (3β), στο διπλανό σχήμα.



### Σχόλια

1. Στις παραπάνω αρμονικές συναρτήσεις το όρισμα ημιτόνου ή συνημιτόνου ονομάζεται φάση του μεγέθους. Έτσι αναφερόμενοι στην εξίσωση (2β):

$$v = 5\pi \cdot \eta\mu(100\pi t + \pi/6)$$

Η ποσότητα  $\varphi=100\pi t + \pi/6$  ονομάζεται φάση της εναλλασσόμενης τάσης, ενώ το  $\pi/6$  ονομάζεται αρχική φάση της τάσης.

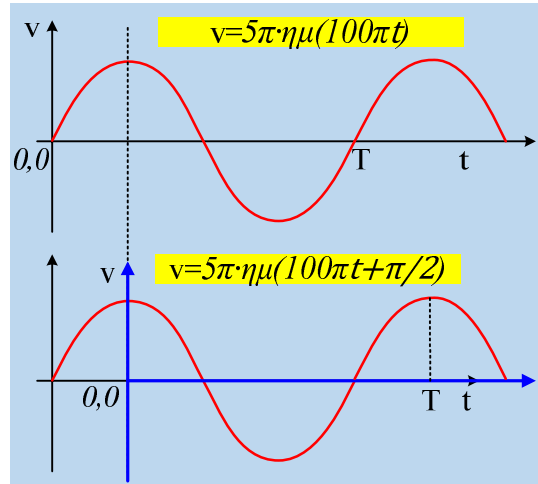
2. Τι διαφορά έχει η γραφική παράσταση μιας αρμονικής συνάρτησης της μορφής:

$$v = 5\pi \cdot \eta\mu(100\pi t)$$

από την αντίστοιχη της συνάρτησης

$$v = 5\pi \cdot \eta\mu(100\pi t + \pi/2);$$

Η διαφορά φάσης αντιστοιχεί σε μετατόπιση προς τα δεξιά της αρχής των αξόνων κατά  $\Delta t = \frac{1}{4} T$ , όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. (Στα μαθηματικά συνήθως λέμε ότι η καμπύλη μεταφέρεται προς τα αριστερά κατά  $\frac{1}{4} T$ , πράγμα που είναι ισοδύναμο...)



Για περισσότερα πάνω στο θέμα των Τριγωνομετρικών συναρτήσεων

[Γραφικές Παραστάσεις Τριγωνομετρικών Συναρτήσεων.](#)

[dmargaris@gmail.com](mailto:dmargaris@gmail.com)