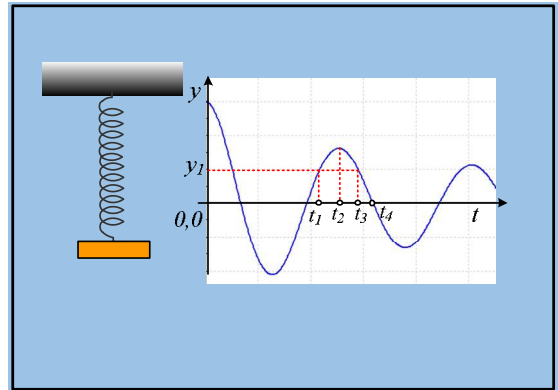


## Η ενέργεια και άλλα τινά σε μια φθίνουσα ταλάντωση

Μια πλάκα μάζας  $m$  εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση, με την επίδραση δύναμης απόσβεσης της μορφής  $F=-bv$ , στο άκρο ενός κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου, σταθεράς  $k$ . Στο διάγραμμα δίνεται η απομάκρυνσή της σε συνάρτηση με το χρόνο, όπου έχουμε πάρει θετική την προς τα πάνω κατεύθυνση. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες δίνοντας και σύντομες δικαιολογήσεις.



i) Τη στιγμή  $t_2$  που αντιστοιχεί σε μέγιστη (τοπικά) απομάκρυνση:

α) η ενέργεια ταλάντωσης εμφανίζεται μόνο ως δυναμική.

β) Η επιτάχυνση έχει φορά προς τη θέση ισορροπίας και μέτρο ανεξάρτητο της σταθεράς απόσβεσης  $b$ .

ii) Η κινητική ενέργεια του σώματος τη στιγμή  $t_4$  είναι ίση με τη δυναμική ενέργεια τη στιγμή  $t_2$ .

iii) Η επιτάχυνση της πλάκας τη στιγμή  $t_4$  είναι μηδενική.

iv) Τις χρονικές στιγμές  $t_1$  και  $t_3$ :

α) Η πλάκα έχει ταχύτητες, με ίσα μέτρα.

β) Η πλάκα έχει επιταχύνσεις ίσων μέτρων.

### Απάντηση:

i) Τη χρονική στιγμή  $t_2$  η πλάκα βρίσκεται σε ακραία θέση (θέση πλάτους) με αποτέλεσμα να έχει μηδενική ταχύτητα.

α) Αφού η πλάκα δεν έχει ταχύτητα η ενέργεια εμφανίζεται μόνο ως δυναμική  $U = \frac{1}{2} kA_1^2$ . Σωστή η πρόταση.

β) Αλλά αφού  $v=0$  και η δύναμη απόσβεσης ( $F=-bv$ ) είναι μηδενική, οπότε η μόνη δύναμη που ασκείται στην πλάκα είναι η δύναμη επαναφοράς  $F_{επ}=-Dy=-ky$  η οποία προσδίδει επιτάχυνση, με φορά προς τη θέση  $y=0$  και μέτρου:

$$a_2 = \frac{F_{επ}}{m} = \frac{kA_1}{m}$$

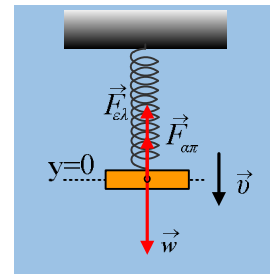
Επίσης σωστή πρόταση.

ii) Τη χρονική στιγμή  $t_4$  η ενέργεια ταλάντωσης εμφανίζεται με τη μορφή της κινητικής ενέργειας ( $U=0$ ).

Όμως από τη στιγμή  $t_2$  που το σώμα βρίσκεται σε θέση πλάτους, μέχρι να φτάσει στη θέση ισορροπίας ( $y=0$ ) ασκείται πάνω του δύναμη απόσβεσης, η οποία αφαιρεί ενέργεια, μετατρέποντάς την σε θερμική, με αποτέλεσμα η ενέργεια ταλάντωσης να μειώνεται. Η πρόταση είναι λανθασμένη.

iii) Η πρόταση είναι λανθασμένη. Στη θέση ( $y=0$ ), την αρχική, (αλλά και τελική...) θέση ισορροπίας, γύρω

από την οποία ταλαντώνεται η πλάκα, ασκούνται στο σώμα οι δυνάμεις που έχουν σημειωθεί στο σχήμα, όπου  $F_{ελ}=mg$  (θέση ισορροπίας).  
Αλλά τότε ασκείται στην πλάκα δύναμη απόσβεσης  $F_{απ}=-b \cdot v$  η οποία την επιβραδύνει.



iv) Τις χρονικές στιγμές  $t_1$  και  $t_3$  η ενέργεια ταλάντωσης παίρνει τιμές:

$$E_1 = U_1 + K_1 = \frac{1}{2}ky_1^2 + \frac{1}{2}mv_1^2$$

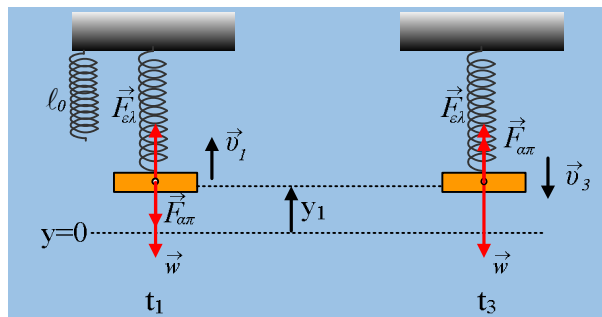
$$E_3 = U_3 + K_3 = \frac{1}{2}ky_1^2 + \frac{1}{2}mv_3^2$$

α) Λόγω της δύναμης απόσβεσης, το έργο της οποίας είναι πάντα αρνητικό (έχει κατεύθυνση αντίθετη της ταχύτητας) η μηχανική ενέργεια της πλάκας μειώνεται, συνεπώς  $E_3 < E_1$ . Τότε:

$$\frac{1}{2}ky_1^2 + \frac{1}{2}mv_3^2 < \frac{1}{2}ky_1^2 + \frac{1}{2}mv_1^2 \rightarrow \frac{1}{2}mv_3^2 < \frac{1}{2}mv_1^2 \rightarrow |v_3| < |v_1|$$

Η πρόταση είναι λανθασμένη.

β) Και η πρόταση αυτή είναι λανθασμένη. Στο σχήμα έχουν σημειωθεί οι δυνάμεις που ασκούνται στην πλάκα στις χρονικές στιγμές  $t_1$  και  $t_3$ .



Για τα μέτρα των επιταχύνσεων, οι οποίες έχουν φορά προς τα κάτω (προς τη θέση ισορροπίας), θα έχουμε:

Τη στιγμή  $t_1$ :  $\Sigma F = m \cdot a_1 \rightarrow mg - k \cdot \Delta \ell + b v_1 = m \cdot a_1$

Τη στιγμή  $t_3$ :  $\Sigma F = m \cdot a_3 \rightarrow mg - k \cdot \Delta \ell - b v_3 = m \cdot a_3$ .

Από τις παραπάνω σχέσεις προκύπτει ότι  $a_3 < a_1$ .

[dmargaris@gmail.com](mailto:dmargaris@gmail.com)