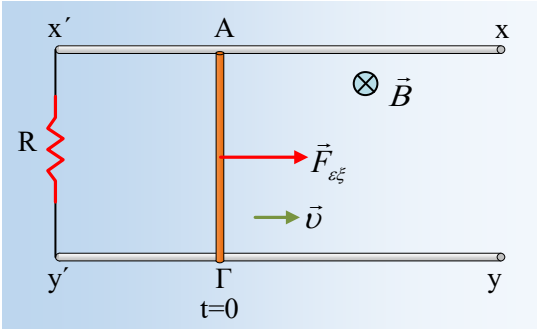
Η δύναμη Laplace και η επαγωγή



Δυο οριζόντιοι παράλληλοι αγωγοί x΄x και y΄y, δεν εμφανίζουν αντίσταση, ενώ απέχουν απόσταση d=1m. Στα άκρα τους x΄, y΄ συνδέεται ένας αντιστάτης με αντίσταση R=3Ω. Ένας ευθύγραμμος ομογενής αγωγός ΑΓ, μήκους l=1m, μάζας m=0,5kg και αντίστασης R_1=2Ω, κινείται σε επαφή με τους αγωγούς x΄x και y΄y, με τους οποίους δεν παρουσιάζει τριβές, με σταθερή ταχύτητα υ=2m/s, με την επίδραση κατάλληλης σταθερής εξωτερικής δύναμης $F_{εξ}$, παράλληλης στην x΄x. Το όλο σύστημα βρίσκεται μέσα σε ένα ομογενές κατακόρυφο μαγνητικό πεδίο έντασης B=0,5T, όπως στο σχήμα, ενώ τη στιγμή t=0 η απόσταση του αγωγού ΑΓ από τα άκρα x΄y΄ είναι d_1=(x΄A)=0,8m. Θεωρώντας την κάθετη στην επιφάνεια x΄ΑΓy΄ να έχει την κατεύθυνση της έντασης του μαγνητικού πεδίου, να βρεθούν:

i) Η μαγνητική ροή που διέρχεται από την επιφάνεια ΑΓy΄x΄, σε συνάρτηση με το χρόνο και να γίνει η γραφική της παράσταση μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 =2s.

ii) Η ΗΕΔ από επαγωγή που αναπτύσσεται στον αγωγό ΑΓ, καθώς και η ένταση του ρεύματος που τον διαρρέει.

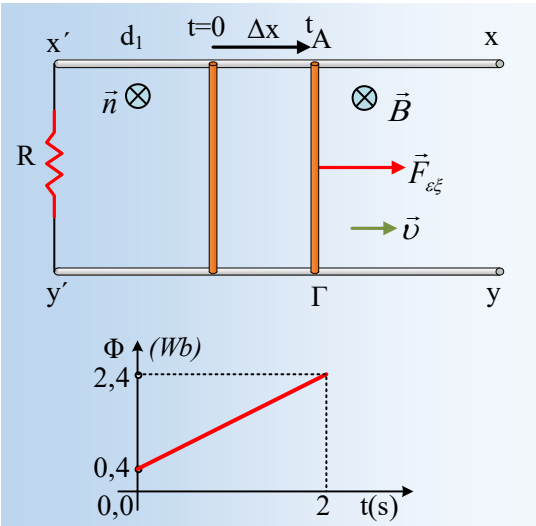
iii) Να βρεθεί το μέτρο της δύναμης Laplace, σε συνάρτηση με το χρόνο και να γίνει η γραφική της παράσταση, η οποία ασκείται:

α) στον αγωγό ΑΓ.

β) στον αγωγό x΄x

iv) Αν η εξωτερική δύναμη καταργηθεί τη χρονική στιγμή t_1, να υπολογιστούν τα ολικά έργα των παραπάνω δυνάμεων Laplace οι οποίες ασκούνται στους αγωγούς ΑΓ και x΄x, μέχρι να σταματήσει η κίνηση του ΑΓ.

Απάντηση:



i) Έστω ότι τη χρονική στιγμή t, ο αγωγός ΑΓ έχει μετατοπισθεί κατά Δx, όπως στο σχήμα. Τη στιγμή αυτή η μαγνητική ροή που διέρχεται από το σχηματιζόμενο πλαίσιο ΑΓy΄x΄ είναι ίση:

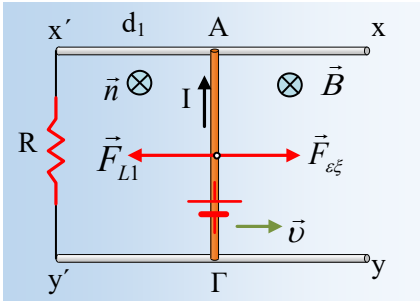
$$Φ=B\cdot S\cdot συν0°=B\cdot l\cdot(d_1+Δx)= B\cdot l\cdot(d_1+υt) \rightarrow$$

$$Φ=0,5\cdot 1\cdot(0,8+2t) =t+0,4 \quad \text{(S.I.)}$$

Με γραφική παράσταση, όπως στο διπλανό σχήμα.

ii) Η ΗΕΔ από επαγωγή που εμφανίζεται στο κύκλωμα (στην πραγματικότητα πάνω στον κινούμενο αγωγό ΑΓ, δίνεται από τον νόμο της επαγωγής:

$$E_{\varepsilon\pi} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{2,4-0,4}{2}V = -1V$$

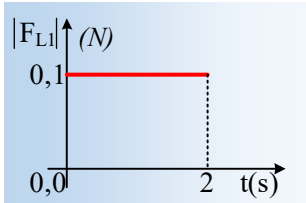


Όπου η στιγμιαία τιμή της συμπίπτει και με την μέση τιμή της, αφού έχουμε σταθερή κλίση στο διάγραμμα Φ-t. Το (-) στην παραπάνω τιμή της ΗΕΔ συνδέεται με την πολικότητά της και την φορά του ρεύματος που θα προκαλέσει στο κύκλωμα, η οποία πρέπει να υπακούει στον κανόνα του Lenz, να προκαλέσει δηλαδή εμφάνιση δύναμης Laplace με κατεύθυνση αντίθετη της ταχύτητας του αγωγού. Για την απόλυτη τιμή της έντασης, θα έχουμε από το νόμο του Ohm για το κλειστό κύκλωμα:

$$I = \frac{|E_{\varepsilon\pi}|}{R_{\varepsilon\xi}+r} = \frac{|E_{\varepsilon\pi}|}{R+R_1} = \frac{1V}{3\Omega+2\Omega} = 0,2A$$

iii) α) Στην τυχαία θέση ο αγωγός ΑΓ θα δέχεται δύναμη Laplace, η οποία με την βοήθεια του κανόνα των τριών δακτύλων, βρίσκουμε να έχει φορά προς τα αριστερά, κάθετη στον αγωγό, με μέτρο:

$$F_{L1} = B\cdot I\cdot l = 0,5\cdot 0,2\cdot 1N = 0,1N$$

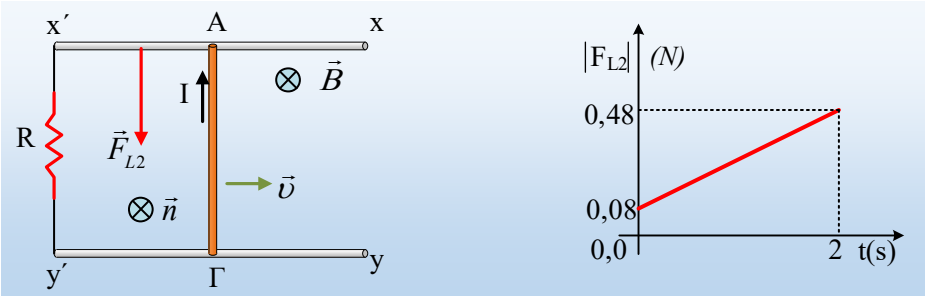


Η γραφική παράσταση της οποίας φαίνεται στο σχήμα.

β) Αλλά και ο αγωγός xx΄ δέχεται δύναμη από το μαγνητικό πεδίο, με κατεύθυνση όπως στο πρώτο από τα παρακάτω σχήματα. Για το μέτρο της θα έχουμε:

$$F_{L2} = B\cdot I\cdot l' = B\cdot I\cdot(d_1+\Delta x) \rightarrow$$
$$F_{L2} = 0,5\cdot 0,2\cdot(0,8+2t) = 0,08+0,2t \quad \text{(S.I.)}$$

Η γραφική παράσταση της οποίας δίνεται στο δεύτερο από τα παρακάτω σχήματα.



iv) Η δύναμη Laplace F_{L1} η οποία ασκείται στον κινούμενο αγωγό ΑΓ, παράγει έργο από 0-t_1 ίσο με

$$W_1 = -|F_{L1}|\cdot\Delta x = -|F_{L1}|\cdot\upsilon\cdot t_1 = -0,1\cdot 2\cdot 2J = -0,4J.$$

Στη συνέχεια, μόλις πάψει η άσκηση της εξωτερικής δύναμης, ο αγωγός επιβραδύνεται και μετά από λίγο σταματά. Εφαρμόζοντας το ΘΜΚΕ για το διάστημα αυτό, παίρνουμε:

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{F_L} + W_w + W_N$$

$$W_{F_L} = W_2 = 0 - \frac{1}{2}m\upsilon^2 = -\frac{1}{2}0,5 \cdot 2^2 J = -1J$$

Οπότε το συνολικό έργο της παραπάνω δύναμης είναι ίσο:

$$W_{F_{L1}} = W_1 + W_2 = -0,4J - 1J = -1,4J$$

Η δύναμη F_{L2} ασκείται στον **ακίνητο** αγωγό xx΄, οπότε δεν παράγει έργο. $W_{F2}=0$.

Σχόλια:

- Στην πραγματικότητα δυνάμεις Laplace ασκούνται και στις 4 πλευρές του ορθογωνίου ΑΓy΄x΄, αλλά μόνο αυτή που ασκείται στον κινούμενο αγωγό συνδέεται με ενεργειακές μεταβολές, αφού το έργο της μετράει την μηχανική ενέργεια που μετατρέπεται σε ηλεκτρική στο κύκλωμα. Οι υπόλοιπες ασκούνται σε ακίνητες πλευρές, επομένως δεν παράγουν έργο.
- Το έργο της δύναμης Laplace στον αγωγό ΑΓ θα μπορούσε να υπολογιστεί και με την βοήθεια του ΘΜΚΕ από t=0 μέχρι τη στιγμή που σταματά, αφού λαμβάναμε υπόψη και το έργο της εξωτερικής δύναμης $F_{εξ}$, η οποία έχει το ίδιο μέτρο με την F_{L1} και το οποίο εκφράζει την ενέργεια που μεταφέρεται στον αγωγό, από αυτόν που την ασκεί. Ενέργεια που τελικά εμφανίζεται με τη μορφή της ηλεκτρικής ενέργειας στο κύκλωμα. Προφανώς ισοδύναμα υπάρχει και η ΑΔΕ, για κάποιον που «αντιπαθεί» το ΘΜΚΕ…

dmargaris@gmail.com