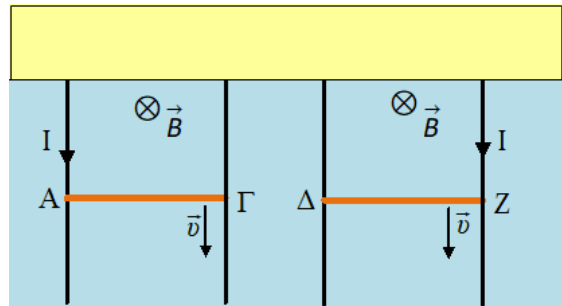


Ερωτήματα πάνω σε δυο κομμένες εικόνες

Οι όμοιο αγωγοί- ράβδοι ΑΓ και ΔΖ έχουν μάζα 0,4kg, μήκος $\ell= 1\text{m}$ και κινούνται κατακόρυφα σε επαφή με δύο κατακόρυφους στύλους, μέσα σε ένα ομογενές οριζόντιο μαγνητικό πεδίο έντασης $B=0,4\text{T}$. Τη στιγμή που βλέπουμε στο σχήμα, οι αγωγοί πέφτουν με ταχύτητες $v=2\text{m/s}$, ενώ διαρρέονται από ρεύματα έντασης 2 A αντίθετης φοράς. Τι υπάρχει στην κορυφή των κατακόρυφων αγωγών και τι άλλο περιέχει κάθε κύκλωμα, δεν το βλέπουμε.



- i) Να υπολογιστεί η ηλεκτρεγερτική δύναμη που αναπτύσσεται σε κάθε αγωγό τη στιγμή αυτή και να βρεθεί η ισχύς της.
- ii) Να βρεθεί η επιτάχυνση την οποία έχει κάθε ράβδος.
- iii) Να υπολογιστεί η ισχύς κάθε δύναμης που ασκείται στις ράβδους.
- iv) Να υπολογιστεί ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας της ράβδου.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

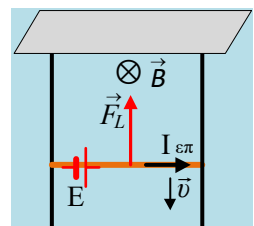
Απάντηση:

- i) Πώς ενώνονται οι δυο κατακόρυφοι στύλοι στο πάνω μέρος τους, δεν το γνωρίζουμε, αλλά έστω ότι οι αγωγοί ΑΓ και ΔΖ απέχουν κατά y , από το άνω άκρο των στύλων, με αποτέλεσμα να δημιουργείται ένα ορθογώνιο με πλευρές y και ℓ . Τότε από το πλαίσιο αυτό διέρχεται ροή $\Phi=B\cdot S=B\cdot\ell\cdot y$, οπότε η ΗΕΔ που αναπτύσσεται έχει τιμή:

$$E = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(B\ell y)}{dt} = -B\ell \frac{dy}{dt} = -B\ell v \rightarrow$$

$$E = -0,4 \cdot 1 \cdot 2 \text{ V} = -0,8 \text{ V}$$

Όπου το (-) αυτό μας «υπενθυμίζει» τον κανόνα του Lenz!, δηλαδή ότι, αν αυτή είναι η μοναδική ΗΕΔ στο κύκλωμα, θα πρέπει να δημιουργεί επαγωγικό ρεύμα με τέτοια φορά, ώστε η δύναμη Laplace να αντιτίθεται στην κίνηση της ράβδου. Αλλά τότε θα πρέπει η πηγή να έχει την πολικότητα του διπλανού σχήματος (και για τα δύο κυκλώματα που μας δίνονται). Αλλά τότε αυτή η πηγή και αυτή η ένταση από αριστερά στα δεξιά της ράβδου, θεωρούνται με αρνητικές τιμές.



Αλλά τότε η σύγκριση της παραπάνω εικόνας με την αρχική, μας λέει ότι το ρεύμα στον αγωγό ΑΓ έχει την ίδια φορά με το επαγωγικό ρεύμα που θα δημιουργούσε η πηγή, με αποτέλεσμα να έχουμε ρεύμα έντασης $I = -2 \text{ A}$ (αρνητικής τιμής, αφού και η ΗΕΔ που υπολογίσαμε βγήκε αρνητική) και για την ισχύ της πηγής, παίρνουμε:

$$P_{\text{ΑΓ}} = P_1 = E \cdot I = (-0,8) \cdot (-2) \text{ W} = +1,6 \text{ W}$$

Αντίθετα στο δεύτερο κύκλωμα για τον αγωγό ΔΖ, η ένταση του ρεύματος έχει αντίθετη φορά, συνεπώς παίρνουμε $I=+2$ A και η αντίστοιχη ισχύς της ΗΕΔ είναι ίση:

$$P_{\Delta Z}=P_2=E \cdot I=(-0,8) \cdot 2W=-1,6W.$$

Η θετική ισχύς σημαίνει ότι η ΗΕΔ προσφέρει ενέργεια στα φορτία (άρα στο κύκλωμα), ενώ αντίθετα η αρνητική ισχύς ότι η πηγή αφαιρεί ηλεκτρική ενέργεια από το κύκλωμα.

ii) Με εφαρμογή του κανόνα των τριών δακτύλων βρίσκουμε την κατεύθυνση της δύναμης που το μαγνητικό πεδίο, ασκεί σε κάθε ράβδο, όπως στο διπλανό σχήμα.

Για το μέτρο τους έχουμε:

$$F_{L1}=F_{L2}=B \cdot I \cdot \ell=0,4 \cdot 2 \cdot 1N=0,8N$$

Και με εφαρμογή του 2^{ου} νόμου του Νεύτωνα παίρνουμε:

$$\Sigma F=m \cdot a \rightarrow$$

$$\alpha_1 = \frac{mg - F_{L1}}{m} = g - \frac{F_{L1}}{m} = \left(10 - \frac{0,8}{0,4}\right) m/s^2 = 8m/s^2$$

$$\alpha_2 = \frac{mg + F_{L1}}{m} = g + \frac{F_{L1}}{m} = \left(10 + \frac{0,8}{0,4}\right) m/s^2 = 12m/s^2$$

iii) Για την ισχύ κάθε δύναμης στη ράβδο ΑΓ έχουμε:

$$P_{w1}=+|w| \cdot |v|=+|mg \cdot v|=+0,4 \cdot 10 \cdot 2 W=+8W$$

$$P_{FL1}=-|F_{L1}| \cdot |v|=-0,8 \cdot 2W=-1,6W$$

Για την ράβδο ΔΖ:

$$P_{w2}=+|w| \cdot |v|=+|mg \cdot v|=+0,4 \cdot 10 \cdot 2 W=+8W$$

$$P_{FL2}=+|F_{L1}| \cdot |v|=+0,8 \cdot 2W=+1,6W$$

iv) Για τους ρυθμούς μεταβολής της κινητικής ενέργειας, κάθε ράβδου, έχουμε:

$$\frac{dK_{A\Gamma}}{dt} = \frac{dK_1}{dt} = \frac{dW_{o\lambda}}{dt} = \frac{\Sigma F \cdot dy \cdot \sigma \nu \nu \theta}{dt} = |mg - F_{L1}| \cdot |v| \cdot \sigma \nu \nu 0^\circ \rightarrow$$

$$\frac{dK_{A\Gamma}}{dt} = |mg - F_{L1}| \cdot |v| = (4 - 0,8) \cdot J/s = 6,4J/s$$

Και για τον ΔΖ:

$$\frac{dK_{\Delta Z}}{dt} = \frac{dK_2}{dt} = \frac{dW_{o\lambda}}{dt} = \frac{\Sigma F \cdot dy \cdot \sigma \nu \nu \theta}{dt} = |mg + F_{L1}| \cdot |v| \cdot \sigma \nu \nu 0^\circ \rightarrow$$

$$\frac{dK_2}{dt} = |mg + F_{L1}| \cdot |v| = (4 + 0,8) \cdot J/s = 9,6J/s$$

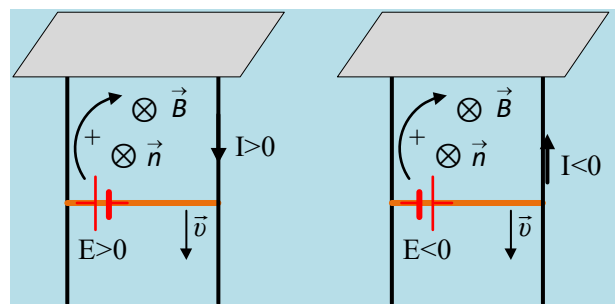
Σχόλια:

1) Στην πρώτη ράβδο (ΑΓ) αναπτύσσεται μια ΗΕΔ λόγω επαγωγής η οποία έχει ισχύ $P_E=+1,6$ W, πράγμα

που σημαίνει ότι προσφέρει ηλεκτρική ενέργεια στο κύκλωμα. Αλλά πού βρήκε την ενέργεια αυτή η πηγή; Την αφαιρεί από τη ράβδο ΑΓ, μέσω του έργου της δύναμης Laplace, η ισχύς της οποίας υπολογίστηκε ίση με $-1,6\text{ W}$, όπου το (-) δείχνει αυτήν την «αφαίρεση» ενέργειας. Έτσι αν δούμε το τι συμβαίνει στη ράβδο ΑΓ, βλέπουμε ότι η ράβδος πέφτει, η δυναμική της ενέργεια μειώνεται κατά 8 J/s (ισχύς του βάρους), τα $1,6\text{ J/s}$ μετατρέπονται σε ηλεκτρική, ενώ τα υπόλοιπα $6,4\text{ J/s}$ αυξάνουν την κινητική ενέργεια του αγωγού.

Αντίθετα στην ράβδο ΔΖ, η ισχύς της πηγής (της ηλεκτρεγερτικής δύναμης λόγω επαγωγής) είναι αρνητική ($-1,6\text{ W}$) πράγμα που σημαίνει ότι αφαιρεί ηλεκτρική ενέργεια από το κύκλωμα, μετατρέποντάς την σε μηχανική, μέσω του έργου της δύναμης Laplace ($P=+1,6\text{ W}$), οπότε τώρα έχουμε αύξηση της κινητικής ενέργειας της ράβδου κατά 8 J/s (λόγω μείωση της δυναμικής ενέργειας), συν $1,6\text{ J/s}$ από ηλεκτρική ενέργεια, συνολικά δηλαδή $(8+1,6=9,6)\text{ J/s}$.

- 2) Στο i) ερώτημα πήραμε τη ροή θετική. Αυτό σημαίνει ότι (άσχετα αν δεν το είπαμε δυνατά...) πήραμε την κάθετη στην επιφάνεια n , να έχει φορά προς τα μέσα, όπως στο σχήμα. Αλλά τότε έχουμε ορίσει και θετική φορά διαγραφής, αυτή των δεικτών του ρολογιού (δεξιόστροφη). Μια ΗΕΔ λοιπόν θετική, θα είχε τον προσανατολισμό του πρώτου σχήματος και η αντίστοιχη ένταση ρεύματος, θα ήταν θετική. Εμείς υπολογίσαμε $E=-0,8\text{ V}$, κατά συνέπεια η πολικότητα ήταν αυτή του δεύτερου σχήματος και η αντίστοιχη ένταση του ρεύματος, που μπορεί να προκαλέσει θα είναι αρνητική.



dmargaris@gmail.com