

Επαγωγή και ερμηνείες φαινομένων.

Ηλεκτρομαγνητική Επαγωγή είναι το φαινόμενο της ανάπτυξης Ηλεκτρεγερτικής δύναμης σε ένα αγωγό, η οποία λαμβάνει χώρα όταν μεταβάλλεται η μαγνητική ροή που διέρχεται από την επιφάνεια που ο συγκεκριμένος αγωγός ορίζει.

Σύμφωνα δε με το νόμο του Faraday:

$$E_{επ} = -\frac{d\Phi}{dt}$$



Ο παραπάνω νόμος καλύπτει, η ανάπτυξη ΗΕΔ λόγω μεταβολής της μαγνητικής ροής μπορεί να οφείλεται σε **δύο διαφορετικούς** λόγους.

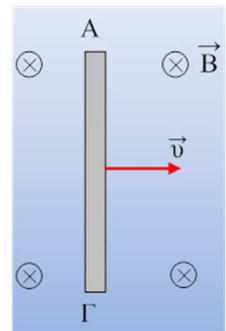
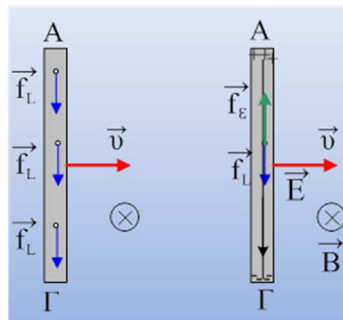
- Ηλεκτρεγερτική δύναμη που αναπτύσσεται εξαιτίας της σχετικής κίνησης ενός αγωγού και ενός μαγνητικού πεδίου (ένας αγωγός κινείται σε μαγνητικό πεδίο ή ένας μαγνήτης πλησιάζει ένα πηνίο)
- ΗΕΔ που δεν οφείλεται σε σχετική κίνηση αλλά αναπτύσσεται από ένα χρονικά μεταβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο.

Ας δούμε αυτές τις δυο περιπτώσεις αναλυτικότερα.

Κινητική ΗΕΔ από επαγωγή.

Έστω ένα ευθύγραμμος αγωγός ΑΓ, ο οποίος κινείται οριζόντια, όπως στο σχήμα με ταχύτητα \mathbf{v} , κάθετα στις δυναμικές γραμμές ενός ομογενούς μαγνητικού πεδίου έντασης \mathbf{B} .

Τότε σε κάθε ελεύθερο ηλεκτρόνιο του αγωγού ασκείται μια δύναμη Lorentz από το μαγνητικό πεδίο με μέτρο $f_L = Bv|e|$ με κατεύθυνση όπως στο παρακάτω σχήμα.



Αποτέλεσμα της δράσης της δύναμης αυτής είναι να παρατηρείται μια συσσώρευση ελευθέρων ηλεκτρονίων στο άκρο Γ, η οποία συνεπάγεται μια έλλειψη ηλεκτρονίων, συνεπώς εμφάνιση θετικού φορτίου, στο άκρο Α του αγωγού. Δηλαδή τα δυο άκρα του αγωγού φορτίζονται αντίθετα. Αυτό όμως έχει σαν συνέπεια στο εσωτερικό του αγωγού να εμφανιστεί ένα ηλεκτρικό πεδίο με ένταση όπως στο σχήμα, οπότε πλέον σε κάθε ηλεκτρόνιο να ασκείται επιπλέον και μια δύναμη από αυτό το ηλεκτρικό πεδίο, αντίθετης κατεύθυνσης από τη δύναμη Lorentz, όπως στο σχήμα. Πολύ γρήγορα λόγω συσσώρευσης ελευθέρων ηλεκτρονίων στο άκρο Γ, η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου αυξάνεται και η δύναμη από το ηλεκτρικό πεδίο αποκτά μέτρο ίσο με τη

δύναμη από το μαγνητικό πεδίο, οπότε παύει πλέον η μετακίνηση ελευθέρων ηλεκτρονίων προς το άκρο Γ και αποκαθίσταται μια σταθερή κατάσταση, όπου έχει αναπτυχθεί μια σταθερή τάση στα άκρα του αγωγού. Στην κατάσταση αυτή έχουμε:

$$f_E = f_L \rightarrow |e| \cdot E = Bv|e| \rightarrow$$

$$E = Bv$$

Αλλά θεωρώντας ομογενές αυτό το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, η έντασή του με την τάση στα άκρα του αγωγού ΑΓ συνδέονται με τη σχέση $E = \frac{V_{AG}}{\ell}$, οπότε $V_{AG} = E \cdot \ell$.

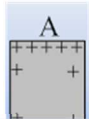
Η παραπάνω τάση ισοδυναμεί με εμφάνιση πάνω στον αγωγό ΑΓ μιας ΗΕΔ:

$$E_{επ} = V_{AG} = E \cdot \ell = Bv \ell$$

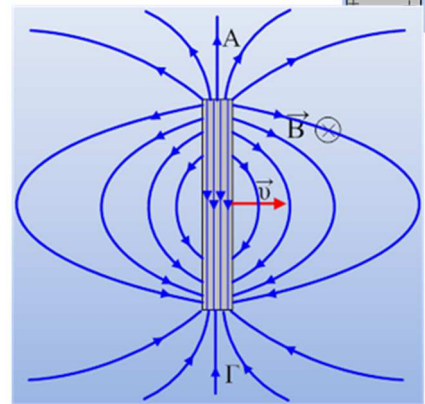
Μερικά σχόλια, πάνω στην παραπάνω ανάλυση, την οποία συναντάμε σε όλα τα βιβλία.

1) Δυνάμεις Lorentz δεν ασκούνται μόνο στα ελεύθερα ηλεκτρόνια, αλλά και στα θετικά ιόντα του πλέγματος. Αλλά αυτά δεν μπορούν να κινηθούν, αφού είναι δεσμευμένα μέσα στο κρυσταλλικό πλέγμα. Έτσι η συνισταμένη όλων των δυνάμεων Lorentz που ασκούνται στα φορτία του αγωγού ΑΓ, είναι ίση με μηδέν.

2) Ηλεκτρικά φορτία, δεν συσσωρεύονται αυστηρά μόνο στα άκρα του αγωγού ΑΓ, αλλά σε μια ολόκληρη περιοχή γύρω από κάθε άκρο, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα (σε μεγέθυνση).



3) Από τη στιγμή που αναπτύσσεται η παραπάνω ΗΕΔ, **μέσα**, αλλά και στο χώρο **γύρω** από τον αγωγό, δημιουργείται ηλεκτρικό πεδίο, οι δυναμικές γραμμές του οποίου είναι περίπου, όπως στο διπλανό σχήμα.

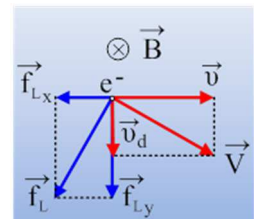


Ας προσέξουμε τις δυναμικές του ηλεκτρικού πεδίου στο εξωτερικό του αγωγού, που συνήθως υποβαθμίζεται η παρουσία του, η μορφή του οποίου θυμίζει το ηλεκτρικό πεδίο ενός ηλεκτρικού διπόλου.

4) Ο παραπάνω υπολογισμός βασίστηκε στην κίνηση προς τα δεξιά

των ελευθέρων ηλεκτρονίων, μη λαμβάνοντας υπόψη την ταχύτητα μετάθεσης των ηλεκτρονίων τα οποία κινούνται προς το άκρο Γ. Αν λάβουμε και αυτήν υπόψη, τότε η κατάσταση έχει ως εξής, μέχρι τη στιγμή της αποκατάστασης σταθερής κατάστασης.

Η ταχύτητα του ηλεκτρονίου \vec{V} είναι το διανυσματικό άθροισμα της ταχύτητας του αγωγού \vec{v} και της ταχύτητας μετάθεσης \vec{v}_d οπότε η δύναμη Lorentz που θα δεχτεί f_L δίνει και μια συνιστώσα f_{Lx} η οποία αντιτίθεται στην κίνηση του αγωγού.



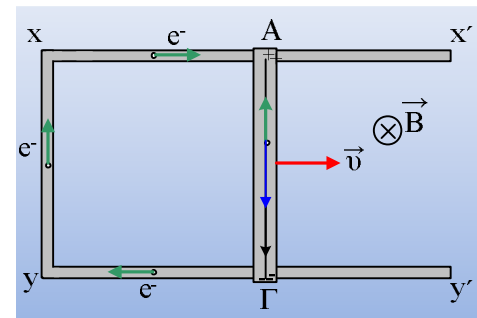
Η συνισταμένη αυτών των συνιστωσών f_x , που ασκούνται σε όλα τα κινούμενα

ηλεκτρόνια, μας δίνει μια δύναμη Laplace η οποία αντιτίθεται στην κίνηση του αγωγού, συνεπώς για να εξασφαλιστεί η κίνηση με σταθερή ταχύτητα του αγωγού, είναι απαραίτητη η άσκηση μιας εξωτερικής

δύναμης παράλληλης προς την ταχύτητα του αγωγού. Όλα αυτά σταματούν, μόλις αποκατασταθεί σταθερή τάση στα άκρα του αγωγού.

Αν τώρα ο παραπάνω αγωγός ΑΓ, κινείται οριζόντια με τον ίδιο όπως παραπάνω τρόπο, αλλά βρίσκεται συνεχώς σε επαφή με δυο παράλληλους αγωγούς $x x'$ και $y y'$ οι οποίοι συνδέονται στα άκρα τους με άλλον αγωγό xy , τι θα συμβεί;

Στα ελεύθερα ηλεκτρόνια των τμημάτων $\Gamma y x A$ υπό την επίδραση του **εξωτερικού** ηλεκτρικού πεδίου του αγωγού ΑΓ, ασκούνται ηλεκτρικές δυνάμεις και τίθεται σε κίνηση, όπως στο σχήμα. Αλλά



τότε διαταράσσεται η ισορροπία, αφού το άκρο Γ «χάνει» ηλεκτρόνια, ενώ στο άκρο A φτάνουν ηλεκτρόνια, αλλά τότε μειώνεται η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου στο **εσωτερικό** του αγωγού ΑΓ και η δύναμη Lorentz που δέχονται τα ελεύθερα ηλεκτρόνια, γίνεται ξανά μεγαλύτερη από την δύναμη του ηλεκτρικού πεδίου, με αποτέλεσμα να έχουμε ροή μέσα στον ΑΓ με φορά από το A στο Γ , με αποτέλεσμα να εξισορροπείται η διαταραχθείσα ισορροπία.

Με τον τρόπο αυτό το κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα διαρκώς, όπου στο εσωτερικό του κινούμενου αγωγού ΑΓ, τα ηλεκτρόνια κινούνται υπό την επίδραση της συνισταμένης της δύναμης Lorentz και της δύναμης από το ηλεκτρικό πεδίο, ενώ στους ακίνητους αγωγούς $\Gamma y x A$ εξαιτίας της δύναμης του εξωτερικού ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργεί ο κινούμενος αγωγός ΑΓ.

Βέβαια στην περίπτωση αυτή διαρκώς ο αγωγός διαρρέεται από ρεύμα και θα ισχύει το 4) από τα παραπάνω σχόλια. Στον αγωγό ΑΓ ασκείται δύναμη Laplace με κατεύθυνση αντίθετη της ταχύτητας και για να μπορεί να κινείται με σταθερή ταχύτητα, απαιτείται η εξάσκηση εξωτερικής δύναμης στον αγωγό, το έργο της οποίας θα εκφράζει την μηχανική ενέργεια που θα μετατρέπεται σε ηλεκτρική.

Αξίζει να τονισθεί η διαφορετική κατάσταση στα δύο τμήματα του κυκλώματος. Ο αγωγός ΑΓ ισοδυναμεί με μια πηγή, όπου το ηλεκτρικό πεδίο είναι μη συντηρητικό, ενώ το εξωτερικό πεδίο είναι ηλεκτροστατικό και άρα συντηρητικό!!!

Πράγματι. Σε κάθε πλήρη περιστροφή κάποιου φορτίου dq παράγεται έργο:

$$dW = E_{\text{επ}} \cdot dq = Bv \ell \cdot dq$$

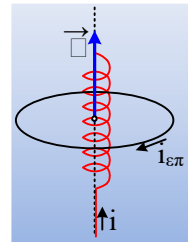
προφανώς μη μηδενικό, συνεπώς το πεδίο δεν είναι συντηρητικό. Αλλά αυτή η μη συντηρητικότητα οφείλεται στο εσωτερικό του κινούμενου αγωγού, που λόγω επαγωγής το συνολικό ηλεκτρικό πεδίο δεν είναι συντηρητικό.

Θα μπορούσαμε δηλαδή να θεωρήσουμε ότι στο εσωτερικό του κινούμενου αγωγού ΑΓ έχουμε δύο αντίθετες φοράς ηλεκτρικά πεδία. Το ένα, ίδιο με αυτό που δημιουργείται στο εξωτερικό του, ηλεκτροστατικό και άρα συντηρητικό και ένα **ηλεκτροχωριστικό**, υπεύθυνο για το διαχωρισμό των φορτίων και για την ανάπτυξη της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από επαγωγή, το οποίο είναι μη συντηρητικό.

Η κατάσταση που περιγράψαμε παραπάνω, επί της ουσίας παρουσιάζεται σε κάθε περίπτωση, που η μεταβολή της μαγνητικής ροής οφείλεται σε κίνηση, για παράδειγμα στρεφόμενος αγωγός ή περιστρεφόμενο πλαίσιο (γεννήτρια εναλλασσόμενου ρεύματος).

Επαγωγή εξαιτίας μεταβαλλόμενου μαγνητικού πεδίου.

Έστω ότι έχουμε ένα σωληνοειδές πηνίο που διαρρέεται από μεταβαλλόμενο ηλεκτρικό ρεύμα. Κάθετα στον άξονα του σωληνοειδούς, υπάρχει ένας κυκλικός αγωγός με κέντρο ένα σημείο του άξονα, όπως στο σχήμα.



Στο εσωτερικό του πηνίου δημιουργείται ένα (σχεδόν) ομογενές πεδίο έντασης μέτρου $B = \mu_0 n i$, όπου n ο αριθμός σπειρών ανά μονάδα μήκους. Αν η ένταση του ρεύματος μεταβάλ-

λεται με ρυθμό $\frac{di}{dt} = \lambda > 0$, τότε αναπτύσσεται στον κυκλικό αγωγό ΗΕΔ από επαγωγή:

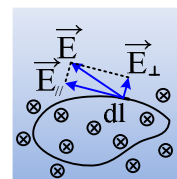
$$E = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(BA)}{dt} = -\mu_0 n A \frac{di}{dt} = -\mu_0 n A \lambda$$

Με αποτέλεσμα ο κυκλικός αγωγός να διαρρέεται από ρεύμα, με φορά αυτή του σχήματος. Δηλαδή ο ίδιος ο κυκλικός αγωγός συμπεριφέρεται ως μια πηγή, η οποία βρίσκεται σε κλειστό κύκλωμα.

Το ερώτημα βέβαια είναι, ποια είναι η αιτία που τα φορτία του κυκλικού αγωγού δέχονται δύναμη και κινούνται; Και η εύκολη απάντηση είναι ότι δεν μπορεί να δέχονται δύναμη από το μαγνητικό πεδίο του πηνίου, αφού είναι ακίνητα.

Ένα ακίνητο φορτίο μπορεί να δεχθεί δύναμη μόνο από ηλεκτρικό πεδίο. Συνεπώς είμαστε υποχρεωμένοι να δεχτούμε ότι το χρονικά μεταβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο του σωληνοειδούς, συνοδεύεται από την εμφάνιση ενός άλλου ηλεκτρικού πεδίου, το οποίο ονομάζεται επαγωγικό ηλεκτρικό πεδίο.

Αλλά τότε για κάθε βρόχο, ο οποίος βρίσκεται σε ένα χρονικά μεταβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο, όπως αυτό του διπλανού σχήματος, θα έχουμε ότι σε κάθε σημείο του θα υπάρχει και ένα ηλεκτρικό πεδίο έντασης \vec{E}



Αν χωρίσουμε το βρόχο σε στοιχειώδη τμήματα $d\vec{l}$, τότε το έργο που παράγεται κατά την μετακίνηση ενός φορτίου q (ας υποθέσουμε θετικού για ευκολία) κατά μήκος του βρόχου θα είναι:

$$W_{o\lambda} = \oint \vec{F} \cdot d\vec{l} = \oint q\vec{E} \cdot d\vec{l} = q \oint E dl \cdot \sigma \nu \alpha$$

Όπου α η γωνία μεταξύ των διανυσμάτων \vec{E} και $d\vec{l}$.

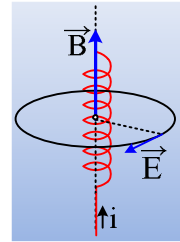
Αλλά τότε $\frac{W_{o\lambda}}{q} = \oint E dl \cdot \sigma \nu \alpha$ όπου όμως $\frac{W_{o\lambda}}{q} = E_{\epsilon\pi}$ οπότε και παίρνουμε:

$$\oint E dl \cdot \sigma \nu a = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

Η τελευταία εξίσωση είναι μια γενικότερη διατύπωση του νόμου του Faraday η οποία συνδέει το επαγωγικό ηλεκτρικό πεδίο με το μεταβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο. Στην πραγματικότητα η ίδια εξίσωση αποτελεί και την τρίτη εξίσωση του Maxwell.

Ας την εφαρμόσουμε στην περίπτωση του μεταβαλλόμενου μαγνητικού πεδίου του σωληνοειδούς, που αναφέρθηκε προηγουμένα. Δεχόμαστε ότι μαγνητικό πεδίο υπάρχει μόνο στο εσωτερικό του πηνίου και αφού μεταβάλλεται η ένταση του ρεύματος, μεταβάλλεται και η ένταση του μαγνητικού πεδίου και οι μεταβολές αυτές συνοδεύονται από την εμφάνιση ενός επαγωγικού ηλεκτρικού πεδίου.

Λόγω συμμετρίας, οι δυναμικές γραμμές του ηλεκτρικού πεδίου είναι ομόκεντροι κύκλοι, με κέντρα σημεία του άξονα του πηνίου, συνεπώς στην περίπτωσή μας ο κυκλικός αγωγός συμπίπτει με κάποια δυναμική γραμμή του ηλεκτρικού πεδίου. Έτσι θεωρώντας φορά διαγραφής την αντίθετη της φοράς περιστροφής των δεικτών του ρολογιού, έχουμε:



$$\oint E dl \cdot \sigma \nu a = - \oint E dl = - \frac{d\Phi_B}{dt} \rightarrow$$

$$E \cdot 2\pi R = \frac{d\Phi}{dt} = \mu_0 n A \frac{di}{dt} \rightarrow$$

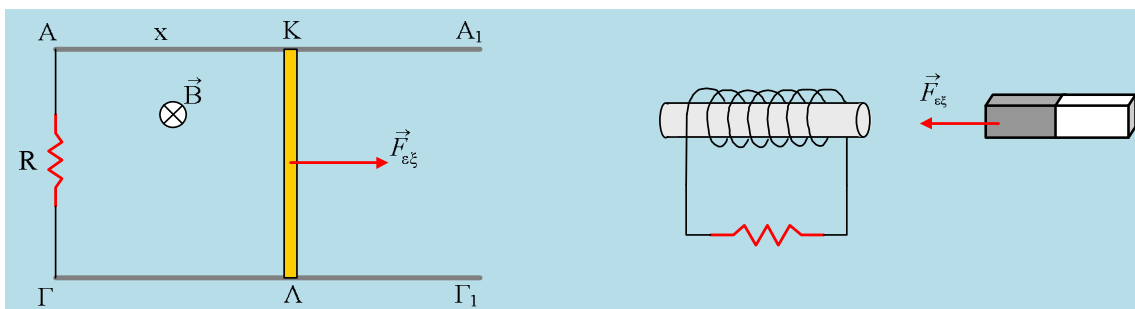
$$E = \frac{\mu_0 n \pi r^2}{2\pi R} \frac{di}{dt} = \frac{\mu_0 n r^2}{2R} \frac{di}{dt} \quad \eta$$

$$E = \frac{r^2}{2R} \mu_0 n \lambda$$

Προφανώς το παραπάνω επαγωγικό πεδίο, είναι μη συντηρητικό αφού κατά μήκος της κυκλικής διαδρομής το έργο τη δύναμης του πεδίου δεν είναι μηδέν.

Τι ενεργειακές μεταβολές συνοδεύουν την επαγωγή;

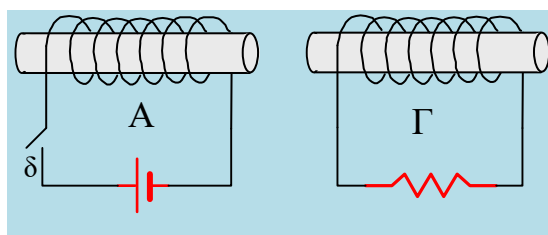
Στην περίπτωση της κίνησης αγωγού, η ηλεκτρική ενέργεια προέρχεται από μηχανική ενέργεια, η οποία προσφέρεται μέσω του έργου κάποιας εξωτερικής δύναμης η οποία πρέπει να ασκείται στον αγωγό για να διατηρείται η κίνησή του.



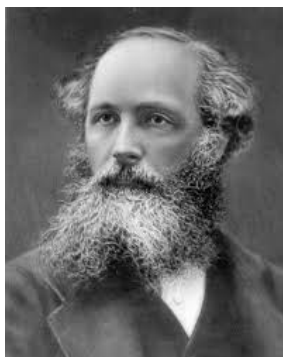
Την ίδια ενεργειακή μεταβολή έχουμε και όταν ένας μαγνήτης πλησιάζει (ή απομακρύνεται) ένα πηνίο. Και στην περίπτωση αυτή κάποιος πρέπει να ασκεί δύναμη στο μαγνήτη, για την παραπάνω κίνηση. Το έργο της εξωτερικής δύναμης εκφράζει την ενέργεια που μετατρέπεται από μηχανική σε ηλεκτρική.

Αντίθετα στην περίπτωση μεταβαλλόμενου μαγνητικού πεδίου, έχουμε ενέργεια μαγνητικού πεδίου να μετατρέπεται σε ηλεκτρική. Έτσι στην παραπάνω περίπτωση του κυκλικού αγωγού, η ηλεκτρική ενέργεια που παρέχει η «πηγή» στο κυκλικό αγωγό, (ίση με το έργο της δύναμης $W_{ολ} = E_{επ} \cdot q = E_{επ} \cdot i \cdot t$) προέρχεται από μετατροπή μέρους της ενέργειας μαγνητικού πεδίου του σωληνοειδούς, σε ενέργεια του ηλεκτρικού επαγωγικού πεδίου.

Αντίστοιχα, στο παρακάτω σχήμα



Το κλείσιμο του διακόπτη στο Α κύκλωμα θα προκαλέσει ηλεκτρικό ρεύμα στο Γ κύκλωμα. Η ηλεκτρική ενέργεια που εμφανίζεται στο δεύτερο κύκλωμα, μεταφέρεται μέσω ενέργειας του μαγνητικού πεδίου του Α πηνίου...



dmargaris@gmail.com