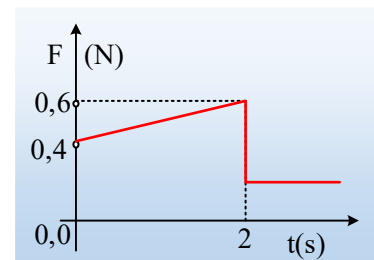
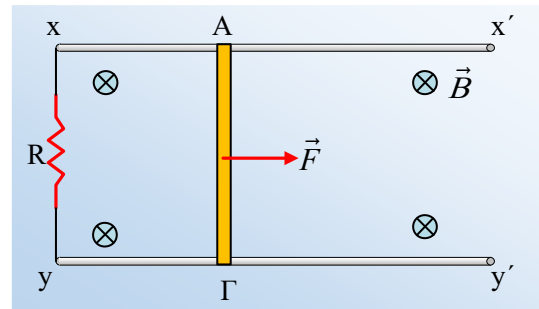


Γνωρίζοντας το διάγραμμα της δύναμης

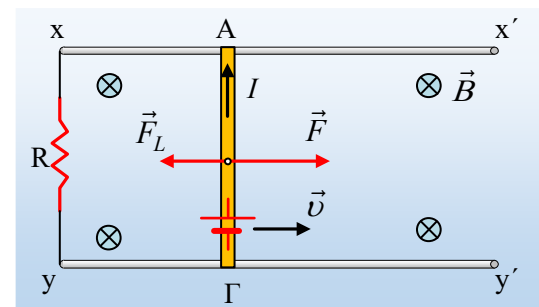
Η μεταλλική ράβδος ΑΓ, μήκους $l=1\text{m}$, μάζας $0,5\text{kg}$ και αμελητέας αντίστασης, μπορεί να κινείται οριζόντια όπως στο σχήμα, μέσα σε ένα κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $B=0,5\text{T}$, σε επαφή με δύο οριζόντιους ευθύγραμμους αγωγούς xx' και yy' , οι οποίοι δεν παρουσιάζουν αντίσταση, χωρίς τριβές. Ένας αντιστάτης με αντίσταση $R=2\Omega$, συνδέεται στα άκρα x και y των δύο αγωγών. Σε μια στιγμή $t_0=0$, ασκούμε στην ράβδο ΑΓ μια οριζόντια δύναμη F παράλληλη προς τους αγωγούς xx' και yy' , το μέτρο της οποίας μεταβάλλεται όπως στο διπλανό διάγραμμα, με αποτέλεσμα ο αγωγός να κινείται με σταθερή επιτάχυνση, μέχρι τη στιγμή $t_1=2\text{s}$.



- i) Να υπολογιστεί η επιτάχυνση της ράβδου ΑΓ από $0-2\text{s}$.
- ii) Για τη στιγμή που το μέτρο της δύναμης παίρνει την τιμή $F=0,5\text{N}$, να βρεθούν:
 - α) Η ΗΕΔ από επαγωγή που αναπτύσσεται πάνω στον αγωγό ΑΓ.
 - β) Η ηλεκτρική ισχύς που εμφανίζεται στο κύκλωμα.
 - γ) Η ισχύς της δύναμης F και ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας της ράβδου ΑΓ.
- iii) Να υπολογιστεί ο ρυθμός με τον οποίο η δύναμη F μεταφέρει ενέργεια στον ΑΓ, τη χρονική στιγμή $t_2=2,4\text{s}$, αν για $t>2\text{s}$, ο αγωγός κινείται με σταθερή ταχύτητα.

Απάντηση:

Μόλις αρχίσει να κινείται ο αγωγός ΑΓ προς τα δεξιά, θα εμφανιστεί πάνω του μια ΗΕΔ λόγω επαγωγής, με πολικότητα όπως στο σχήμα, αφού θα πρέπει το ηλεκτρικό ρεύμα να έχει φορά από το $\Gamma \rightarrow \text{A}$, γιατί μόνο τότε η δύναμη Laplace που θα ασκηθεί στην ράβδο από το μαγνητικό πεδίο, θα έχει φορά προς τα αριστερά, τείνοντας να αντισταθεί στην κίνηση του αγωγού.



- i) Αφού από $0-2\text{s}$ ο αγωγός κινείται με σταθερή επιτάχυνση, αρκεί να βρούμε την τιμή της τη στιγμή $t=0$, όπου ο αγωγός έχει μηδενική ταχύτητα (αμέσως μόλις ασκηθεί η δύναμη), οπότε δεν έχουμε εμφάνιση ΗΕΔ και ηλεκτρικό ρεύμα:

$$\Sigma F = ma \rightarrow a = \frac{F}{m} = \frac{0,4\text{N}}{0,5\text{kg}} = 0,8\text{m/s}^2.$$

Αφού η μόνη οριζόντια δύναμη που ασκείται στον αγωγό ΑΓ, είναι η δύναμη F .

- ii) α) Εφαρμόζουμε τον 2^ο νόμο του Νεύτωνα για τη στιγμή που $F=0,5\text{N}$ (παρεμπιπτόντως αυτό συμβαίνει

τη στιγμή $t'=1s$. Γιατί;) και λαμβάνοντας υπόψη ότι τη στιγμή αυτή ο αγωγός έχει κάποια ταχύτητα και πάνω του εμφανίζεται μια ΗΕΔ $E=Bv'l$, εξαιτίας της οποίας το κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα έντασης $I=E/R$, παίρνουμε²:

$$\Sigma F = ma \rightarrow F - F_L = ma \rightarrow F - BIl = ma \rightarrow$$

$$F - B \frac{E'}{R} l = ma \rightarrow E' = \frac{(F - ma)R}{Bl} = \frac{(0,5 - 0,5 \cdot 0,8) \cdot 2}{0,5 \cdot 1} V = 0,4V$$

β) Η ένταση του ρεύματος τη στιγμή t' είναι ίση:

$$I' = \frac{E'}{R} = \frac{0,4V}{2\Omega} = 0,2A$$

Έτσι η ηλεκτρική ισχύς στο κύκλωμα και η οποία εμφανίζεται ως θερμότητα στον αντιστάτη, έχει στιγμιαία τιμή:

$$P' = E' \cdot I' = 0,4V \cdot 0,2A = 0,08W$$

γ) Η ταχύτητα της ράβδου τη στιγμή t' , υπολογίζεται από την ΗΕΔ:

$$E' = Bv'l \rightarrow v' = \frac{E'}{Bl} = \frac{0,4}{0,5 \cdot 1} m/s = 0,8m/s$$

Οπότε η ισχύς της ασκούμενης δύναμης F , τη στιγμή αυτή είναι:

$$P_F = F \cdot v' = 0,5 \cdot 0,8W = 0,4W$$

Τη στιγμή αυτή η δύναμη Laplace έχει μέτρο $F_L = B \cdot I' \cdot l = 0,5 \cdot 0,2 \cdot 1N = 0,1N$, οπότε για το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας της ράβδου ΔK , έχουμε:

$$\frac{dK}{dt} = \frac{dW_{ολ}}{dt} = \frac{\Sigma F \cdot dx \cdot \sigma \nu \nu \alpha}{dt} = (F - F_L) \cdot v' = (0,5 - 0,1) \cdot 0,8J/s = 0,32J/s$$

iii) Για το χρονικό διάστημα μετά τα 2s, παρατηρούμε ότι το μέτρο της ασκούμενης δύναμης F παραμένει σταθερό, χωρίς να γνωρίζουμε πόσο είναι. Εφαρμόζουμε ξανά το 2^ο νόμο του Νεύτωνα:

$$\Sigma F = ma \rightarrow F - F_L = ma \rightarrow F - BIl = 0 \rightarrow$$

Όπου αφού ο αγωγός κινείται με σταθερή ταχύτητα, θα έχουμε και σταθερή ΗΕΔ και σταθερή ένταση ρεύματος, ίση με την τιμή για $t_1 = 2s$. Αλλά τη στιγμή αυτή έχουμε:

$$v = v_1 = a \cdot t_1 = 0,8 \cdot 2m/s = 1,6m/s \text{ οπότε:}$$

$$F_2 = BIl = B \frac{E}{R} l = B \frac{Bv_1 l}{R} l = \frac{B^2 l^2 v_1}{R} = \frac{0,5^2 \cdot 1^2 \cdot 1,6}{2} N = 0,2N$$

$$\frac{dW_F}{dt} = P_F = F \cdot v_1 = 0,2 \cdot 1,6J/s = 0,32J/s$$

Σχόλια:

1. Αξίζει να προσέξουμε τι συμβαίνει με τις ενέργειες τη χρονική στιγμή t' , όπου $F'=0,5N$. Η εξωτερική

δύναμη μεταφέρει ενέργεια στον αγωγό ΑΓ με ρυθμό $0,4\text{J/s}$ ($P=0,4\text{W}$). Από αυτά τα $0,08\text{W}$ εμφανίζονται ως ηλεκτρική ισχύς στο κύκλωμα, μέσω του έργου της δύναμης Laplace ($P_{FL}=-F_L \cdot v'=-0,1 \cdot 0,8\text{W}=-0,08\text{W}$), ενώ τα υπόλοιπα $(0,4-0,08)\text{W}=0,32\text{W}$, αυξάνουν την κινητική ενέργεια του αγωγού.

2. Εναλλακτικά αφού αποδείξουμε ότι η δύναμη $F=0,5\text{N}$ γίνεται τη στιγμή $t=1\text{s}$, μπορούμε να βρούμε την ταχύτητα του αγωγού, η οποία έχει μέτρο $v'=at'=0,8 \cdot 1\text{ m/s}$, οπότε $E_i=Bv'l=0,5 \cdot 0,8 \cdot 1\text{V}=0,4\text{V}$. Παραπάνω επιλέξαμε να μην κινηθούμε στη λογική της επιταχυνόμενης κίνησης, αρκούμενοι μόνο στο δεδομένο για το μέτρο της δύναμης.

dmargaris@gmail.com