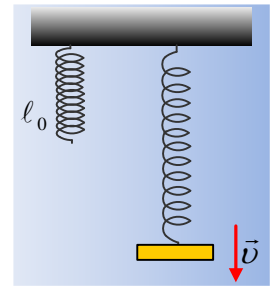


Απώλεια ενέργειας σε μια φθίνουσα ταλάντωση.

Ένα ελατήριο σταθεράς $k=40\text{N/m}$ κρέμεται κατακόρυφα έχοντας φυσικό μήκος $l_0=0,5\text{m}$. Δένουμε στο κάτω άκρο του ένα σώμα μάζας 2kg και το αφήνουμε να κινηθεί, οπότε αυτό εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση, εξαιτίας της αντίστασης του αέρα. Σε μια στιγμή t_1 το σώμα κινείται προς τα κάτω και το ελατήριο έχει μήκος $l_1=1,2\text{m}$. Στη θέση αυτή το σώμα έχει ταχύτητα $v_1= 2\text{m/s}$ ενώ επιβραδύνεται με ρυθμό $4,1\text{m/s}^2$. Να βρείτε:



- i) Την μηχανική ενέργεια που μετατράπηκε σε θερμική από $0-t_1$.
- ii) Τη σταθερά απόσβεσης b .
- iii) Την ενέργεια ταλάντωσης τη στιγμή t_1 .
- iv) Τον ρυθμό με τον οποίο μειώνεται η ενέργεια ταλάντωσης τη στιγμή t_1 .

Θεωρείται γνωστό ότι για την ταλάντωση που θα επακολουθήσει $D=k$ και $g=10\text{m/s}^2$.

Απάντηση:

- i) Θεωρώντας επίπεδο μηδενικής δυναμικής βαρυτικής ενέργειας το οριζόντιο επίπεδο που περνά από την θέση που το ελατήριο έχει μήκος $1,2\text{m}$, έχουμε:

$$E_{Μηχ/αρχ} = mgh = 2 \cdot 10 \cdot 0,7\text{J} = 14\text{J}.$$

Ενώ στην θέση που δίνεται:

$$E_{Μηχ/τελ} = K + U_{ελ} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}k(\Delta\ell)^2 \rightarrow$$

$$E_{Μηχ/τελ} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2^2\text{J} + \frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 0,7^2\text{J} = 4\text{J} + 9,8\text{J} = 13,8\text{J}$$

Έτσι η απώλεια της μηχανικής ενέργειας (η ενέργεια που μετατράπη σε θερμική) είναι ίση:

$$Q = 14\text{J} - 13,8\text{J} = 0,2\text{J}.$$

- ii) Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα φαίνονται στο παραπάνω σχήμα:

$$\Sigma F = ma \rightarrow mg - k\Delta\ell - bv = ma \rightarrow$$

$$b = \frac{mg - k\Delta\ell - ma}{v} = \frac{2 \cdot 10 - 40 \cdot 0,7 - 2 \cdot (-4,1)}{2} \text{kg/s} = 0,1\text{kg/s}$$

- iii) Η ενέργεια ταλάντωσης τη στιγμή t_1 είναι ίση με :

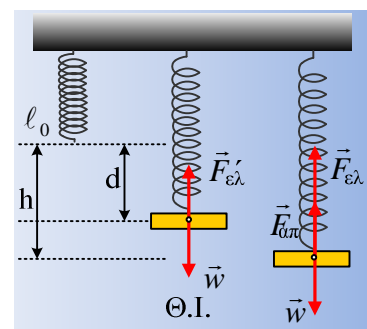
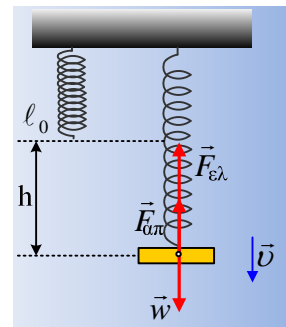
$$E_I = K + U = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}Dx^2$$

Αλλά στη θέση ισορροπίας (στη θέση που τελικά το σώμα θα ηρεμήσει χωρίς να δέχεται δύναμη απόσβεσης) έχουμε:

$$\Sigma \vec{F} = 0 \text{ ή } mg = F'_{ελ} \text{ ή } mg = k \cdot d \rightarrow$$

$$d = \frac{mg}{k} = \frac{2 \cdot 10}{40} \text{m} = 0,5\text{m}$$

Συνεπώς τη στιγμή t_1 βρίσκεται σε απομάκρυνση $x=h-d=0,2\text{m}$ και η ενέργεια ταλάντωσης είναι:



$$E_1 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}Dx^2 = \frac{1}{2}2 \cdot 2^2 J + \frac{1}{2}40 \cdot 0,2^2 J = 4,8J$$

iv) Ο ρυθμός με τον οποίο η ενέργεια ταλάντωσης μετατρέπεται σε θερμότητα είναι αντίθετος με την ισχύ της $F_{απ}$:

$$P = |F_{απ}| \cdot |v| \cdot \sin\alpha = -|F_{απ}| \cdot |v| = -bv^2 = -0,1 \cdot 2^2 W = -0,4 W,$$

Συνεπώς ο ρυθμός με τον οποίο η ενέργεια ταλάντωσης μετατρέπεται σε θερμική είναι $+0,4J/s$.

Σχόλιο:

Θα μπορούσαμε να απαντήσουμε στο i) ερώτημα ασχολούμενοι μόνο με την ενέργεια ταλάντωσης.

Η αρχική ενέργεια ταλάντωσης είναι ίση με:

$$E_0 = \frac{1}{2}DA^2 = \frac{1}{2}kd^2 = \frac{1}{2}40 \cdot 0,5^2 J = 5J$$

Τη στιγμή t_1 η ενέργεια ταλάντωσης υπολογίστηκε $E_1=4,8J$, συνεπώς η απώλεια της ενέργειας ταλάντωσης είναι ίση με $E_0-E_1=0,2J$.

dmargaris@sch.gr