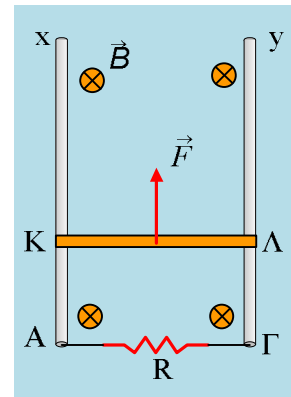


Όταν την οριακή ταχύτητα την αποκτά αγωγός

Ο αγωγός ΚΛ μήκους $\ell=0,4\text{m}$, ισορροπεί στη θέση που δείχνεται στο σχήμα, σε επαφή με δύο κατακόρυφους αγωγούς Αx και Γy, οι οποίοι στα κάτω άκρα τους συνδέονται μέσω αντίστασης $R=0,2\Omega$. Το σύστημα βρίσκεται μέσα σε ένα ομογενές οριζόντιο μαγνητικό πεδίο έντασης $B=2\text{T}$, κάθετο στο επίπεδο των αγωγών, με την επίδραση μιας κατακόρυφης δύναμης F, μέτρου $F_0=2\text{N}$. Σε μια στιγμή αυξάνουμε το μέτρο της ασκούμενης δύναμης στην τιμή $F=5\text{N}$, με αποτέλεσμα ο αγωγός ΚΛ να αρχίσει να επιταχύνεται προς τα πάνω.

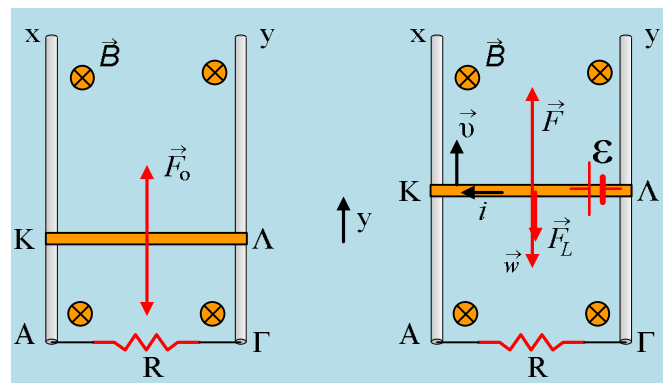


- i) Να βρείτε την ηλεκτρεγερτική δύναμη που αναπτύσσεται στον αγωγό ΚΛ, σε συνάρτηση με την ταχύτητά του.
- ii) Σε μια στιγμή t_1 ο ΚΛ έχει ταχύτητα $v_1=0,5\text{m/s}$. Για τη στιγμή αυτή να βρεθούν:
 - a) Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό και η επιτάχυνσή του.
 - β) Η ισχύς κάθε δύναμης που ασκείται στον αγωγό ΚΛ.
 - γ) Η ηλεκτρική ισχύς που εμφανίζεται στο κύκλωμα, καθώς και οι ρυθμοί μεταβολής της κινητικής ενέργειας, της δυναμικής ενέργειας και της μηχανικής ενέργειας του αγωγού ΚΛ.
- iii) Να αποδείξετε ότι ο αγωγός θα αποκτήσει, μετά από λίγο, σταθερή (οριακή) ταχύτητα, την οποία και να υπολογίσετε, με δεδομένο ότι η οριακή ταχύτητα αποκτάται, πριν ο αγωγός φτάσει στα άνω άκρα των στύλων.

Δίνεται ότι ο αγωγός ΚΛ καθώς και οι κατακόρυφοι αγωγοί δεν παρουσιάζουν αντίσταση, ενώ $g=10\text{m/s}^2$.

Απάντηση:

Κατά τη διάρκεια της αρχικής ισορροπίας του αγωγού ΚΛ, ισχύει $\Sigma F=0$ ή $w=F_0=2\text{N}$. Αν στη συνέχεια, μια στιγμή t ο αγωγός έχει ανέβει κατά y , όπως στο δεύτερο σχήμα, κινούμενος με ταχύτητα v , τότε εξαιτίας μεταβολής της μαγνητικής ροής αναπτύσσεται πάνω του μια ΗΕΔ λόγω επαγωγής, με αποτέλεσμα το κλειστό κύκλωμά μας να διαρρέεται από ρεύμα με φορά από το Λ στο Κ, αφού μόνο



τότε η ασκούμενη από το πεδίο δύναμη Laplace, η F_L , αντιστέκεται στην κίνηση του αγωγού (στην αιτία εμφάνισης της ΗΕΔ).

- i) Αν στη τυχαία θέση ο αγωγός ΚΛ έχει ταχύτητα v , τότε θεωρώντας ότι η κάθετη στην επιφάνεια που διαγράφει ο αγωγός έχει φορά προς τα μέσα (ίδιας κατεύθυνσης με την ένταση), η ΗΕΔ που αναπτύσσεται πάνω του είναι ίση με:

$$E = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(BS)}{dt} = -\frac{B\ell \cdot dy}{dt} = -B\ell \cdot v$$

$$E = -2 \cdot 0,4 \cdot v = -0,8v \quad (\text{μονάδες στο S.I.})$$

ii) Για την στιγμή t_1 όπου $v_1 = 0,5 \text{ m/s}$, από την παραπάνω εξίσωση παίρνουμε:

$$E_1 = -0,8v = -0,8 \cdot 0,5 \text{ V} = -0,4 \text{ V}$$

α) Από τον νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα βρίσκουμε ότι τη στιγμή αυτή το κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα έντασης:

$$I_1 = \frac{E_1}{R} = \frac{-0,4 \text{ V}}{0,2 \Omega} = -2 \text{ A}$$

Όπου το αρνητικό πρόσημο, συνδέεται με τη φορά του ρεύματος (αφού πήραμε την κάθετο στο πλαίσιο με φορά προς τα μέσα, η δεξιόστροφη φορά διαγραφής της περιμέτρου του κυκλώματος θεωρείται θετική, ενώ το ρεύμα διαρρέει το κύκλωμα αριστερόστροφα).

Τη στιγμή αυτή, ο αγωγός ΚΛ δέχεται από το πεδίο δύναμη Laplace κατακόρυφη με φορά προς τα κάτω και μέτρο:

$$F_L = BI\ell = 2 \cdot 2 \cdot 0,4 \text{ N} = 1,6 \text{ N}$$

Έτσι εφαρμόζοντας τώρα το 2^ο νόμο του Νεύτωνα για το πλαίσιο, θεωρώντας την προς τα πάνω κατεύθυνση ως θετική, παίρνουμε:

$$\begin{aligned} \Sigma F_y = m \cdot \alpha_1 &\rightarrow F - mg - F_L = m \cdot \alpha_1 \rightarrow \\ \alpha_1 &= \frac{F - w - F_L}{m} = \frac{(5 - 2 - 1,6) \text{ N}}{0,2 \text{ kg}} = 7 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

β) Για την ισχύ κάθε δύναμης έχουμε:

$$P_F = |F| \cdot |v_L| \cdot \sigma \nu \alpha = |F| \cdot |v_L| = 5 \cdot 0,5 \text{ W} = 2,5 \text{ W}$$

$$P_w = |w| \cdot |v_L| \cdot \sigma \nu \alpha = -|w| \cdot |v_L| = -2 \cdot 0,5 \text{ W} = -1 \text{ W}$$

$$P_{FL} = |F_L| \cdot |v_L| \cdot \sigma \nu \alpha = -|F_L| \cdot |v_L| = -1,6 \cdot 0,5 \text{ W} = -0,8 \text{ W}$$

Τα παραπάνω αριθμητικά αποτελέσματα μας λένε ότι μέσω της δύναμης F παρέχεται ενέργεια 2,5 J/s στο πλαίσιο, από τα οποία το 1 J/s το αφαιρεί το βάρος και τα 0,8 J/s η δύναμη Laplace.

γ) Η ηλεκτρική ισχύς είναι ίση:

$$P_{\eta\lambda} = E_1 \cdot I_1 = (-0,4) \cdot (-2) \text{ W} = 0,8 \text{ W}$$

(το ίδιο θα βρίσκαμε αν ...ξεχνούσαμε τα πρόσημα και δουλεύαμε με απόλυτες τιμές ΗΕΔ και έντασης)

Για τους ζητούμενους ρυθμούς, θα έχουμε:

$$\frac{dK}{dt} = \frac{dW_{o\lambda}}{dt} = \frac{d(\Sigma F \cdot dy \cdot \sigma \nu \alpha)}{dt} = m a_1 \cdot v_1 = 0,2 \cdot 7 \cdot \frac{0,5 \text{ J}}{\text{s}} = 0,7 \text{ J/s}$$

$$\frac{dU}{dt} = -\frac{dW_w}{dt} = -\frac{d(w \cdot dy \cdot \sigma \nu \alpha)}{dt} = +w \cdot v_1 = 2 \cdot 0,5 \frac{\text{ J}}{\text{ s}} = 1 \text{ J/s}$$

$$\frac{dE}{dt} = \frac{dK}{dt} + \frac{dU}{dt} = \frac{(0,7 + 1)J}{s} = 1,7J/s$$

Σχόλιο:

Αξίζει να προσέξουμε τι συμβαίνει με τις ενέργειες. Στο πλαίσιο μεταφέρεται ενέργεια μέσω του έργου της ασκούμενης δύναμης F ίση με $2,5 J/s$. Από αυτά, τα $0,8J/s$ μετατρέπονται σε ηλεκτρική ενέργεια μέσω του έργου της δύναμης Laplace και τα υπόλοιπα $1,7 J/s$ εμφανίζονται ως αύξηση της μηχανικής ενέργειας ($0,7 J/s$ αύξηση κινητικής και $1 J/s$ αύξηση δυναμικής ενέργειας).

iii) Προκειμένου να μελετήσουμε την κίνηση του αγωγού, εφαρμόζουμε, για μια τυχαία χρονική στιγμή, το 2^ο νόμο του Νεύτωνα:

$$\Sigma F = m \cdot \alpha \rightarrow F - F_L - w = m \cdot \alpha \rightarrow F - w - B\ell v = m\alpha \rightarrow$$

$$F - w - B\ell \frac{v}{R} = m\alpha \rightarrow$$

$$F - w - B\ell \frac{0,8v}{R} = m\alpha$$

Και με αντικατάσταση:

$$3 - 3,2v = 0,2 \cdot \alpha \quad (\text{S.I.}) \quad (1)$$

Η τελευταία εξίσωση μας λέει ότι, καθώς επιταχύνεται προς τα πάνω ο αγωγός και η ταχύτητά του αυξάνεται, η επιτάχυνσή του μειώνεται. Έχουμε δηλαδή μια επιταχυνόμενη κίνηση με μειούμενη επιτάχυνση. Αλλά τότε θα φτάσουμε κάποια στιγμή που η επιτάχυνση θα μηδενιστεί (ισοδύναμα όπου $\Sigma F = 0$) και τότε πια ο αγωγός θα κινηθεί ευθύγραμμα και ομαλά με σταθερή ταχύτητα. Θέτοντας λοιπόν $\alpha = 0$ στην εξίσωση (1), παίρνουμε:

$$3 - 3,2 v_{op} = 0 \rightarrow$$

$$v_{op} = \frac{3}{3,2} \frac{m}{s} = \frac{15}{16} m/s$$

dmargaris@gmail.com