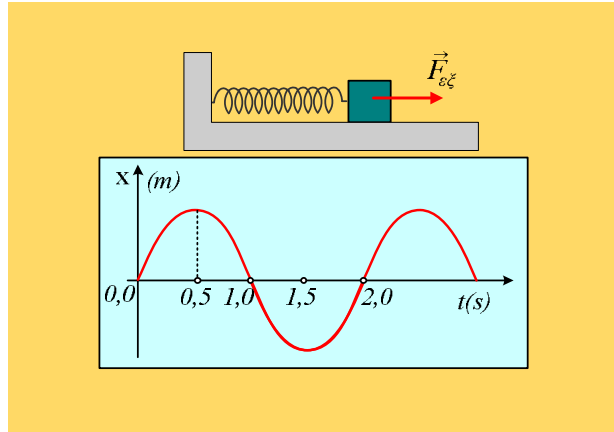


## Ένα διάγραμμα και μια εξαναγκασμένη ταλάντωση

Ένα σώμα μάζας  $m$  εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $k=40\text{ m (S.I.)}$ , με την επίδραση περιοδικής εξωτερικής δύναμης  $F_{εξ}$ , ενώ πάνω του δρα και δύναμη απόσβεσης της μορφής  $F_{απ}=-bv$ . Στο διάγραμμα δίνεται η γραφική παράσταση της απομάκρυνσής του από τη θέση ισορροπίας του (θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου), σε συνάρτηση με το χρόνο, όπου η προς τα δεξιά κατεύθυνση θεωρείται θετική.



i) Η ιδιοσυχνότητα ταλάντωση του σώματος είναι:

$$\alpha) f_0 < 0,5\text{Hz}, \quad \beta) f_0 = 0,5\text{Hz}, \quad \gamma) f_0 > 0,5\text{Hz}.$$

ii) Τη χρονική στιγμή  $t_1=0,5\text{s}$ , όπου το σώμα βρίσκεται σε ακραία θέση, με  $x=A$ , η εξωτερική δύναμη  $F_{εξ}$ :

α) Είναι μηδενική, αφού μηδενική είναι και η δύναμη απόσβεσης.

β) Έχει φορά προς τα δεξιά και μέτρο  $F_{εξ} = \frac{3}{4} k \cdot A$

γ) Έχει φορά προς τα αριστερά και μέτρο  $F_{εξ} = \frac{1}{4} k \cdot A$ .

iii) Τη χρονική στιγμή  $t_2=1\text{s}$ :

α) Η δύναμη απόσβεσης έχει φορά προς τα δεξιά με μέτρο  $F_{απ} = b\pi A$ .

β) Η εξωτερική δύναμη έχει φορά προς τα αριστερά, προσφέροντας ενέργεια στο σώμα με ρυθμό:

$$dW/dt = b\pi^2 A$$

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Δίνεται  $\pi^2 \approx 10$ .

### Απάντηση:

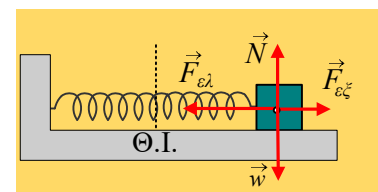
i) Η συχνότητα  $f=0,5\text{Hz}$  είναι η συχνότητα ταλάντωσης, με βάση το διάγραμμα. Η ιδιοσυχνότητα είναι ίση:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{40\text{m}}{m}} \approx 1\text{Hz}$$

Σωστή η γ) πρόταση.

ii) Τη στιγμή  $t_1$  το σώμα βρίσκεται στην ακραία δεξιά θέση της ταλάντωσης του, έχοντας μέγιστη επιτάχυνση με φορά προς τη θέση ισορροπίας του (προς τα αριστερά) και μέτρο:

$$a_{max} = \omega^2 A = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \cdot A = \left(\frac{2\pi}{2}\right)^2 \cdot A = \pi^2 \cdot A \approx 10 \cdot A$$



Στη θέση αυτή η ταχύτητα του σώματος είναι μηδενική, οπότε δεν δέχεται δύναμη απόσβεσης, παρά μόνο τη δύναμη του ελατηρίου και την εξωτερική δύναμη (στην οριζόντια διεύθυνση). Θεωρώντας την προς τα δεξιά κατεύθυνση ως θετική, τότε από το 2<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα παίρνουμε:

$$F_{ελ} + F_{εξ} = m \cdot a \rightarrow$$

$$-k \cdot A + F_{εξ} = -m \cdot \pi^2 \cdot A \rightarrow$$

$$F_{εξ} = +40m \cdot A - 10m \cdot A = 30m \cdot A = \frac{3}{4} (40m) \cdot A = \frac{3}{4} k \cdot A$$

Το πρόσημο (+) μας λέει ότι η δύναμη έχει φορά προς τα δεξιά, όπως στο σχήμα. Σωστό το β).

iii) Τη χρονική στιγμή  $t_2$  το σώμα περνά από τη θέση ισορροπίας ( $x=0$ ), κινούμενο προς τα αριστερά, έχοντας μέγιστη κατά μέτρο ταχύτητα και μηδενική επιτάχυνση.

α) Η αλγεβρική τιμή της δύναμης απόσβεσης είναι:

$$F_{απ} = -bv = -b \cdot (-\omega \cdot A) = b \cdot \pi \cdot A.$$

Σωστή η πρόταση, αφού το θετικό της πρόσημο, μας λέει ότι η δύναμη

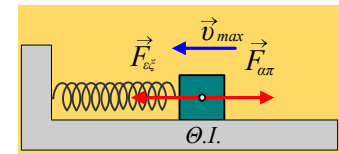
έχει κατεύθυνση προς τα δεξιά, αντίθετη από την κατεύθυνση της ταχύτητας, όπως στο σχήμα.

β) Αφού η επιτάχυνση στη θέση ισορροπίας είναι μηδενική, θα πρέπει  $\Sigma F=0$ , συνεπώς η εξωτερική δύναμη θα είναι αντίθετη της δύναμης απόσβεσης, με φορά προς τα αριστερά και μέτρο  $F_{εξ} = b \cdot \pi \cdot A$ .

Ο ρυθμός με τον οποίο η εξωτερική δύναμη μεταφέρει ενέργεια στο σώμα, είναι ίσος με την ισχύ της δύναμης, η οποία έχει τιμή:

$$P_{F_{εξ}} = F_{εξ} \cdot v_{max} \cdot \sin 0^\circ = \pi \cdot b \cdot A \cdot (\omega A) = \pi \cdot b \cdot A \cdot \pi \cdot A = b \cdot \pi^2 \cdot A^2.$$

Η πρόταση είναι λανθασμένη.



[dmargaris@gmail.com](mailto:dmargaris@gmail.com)