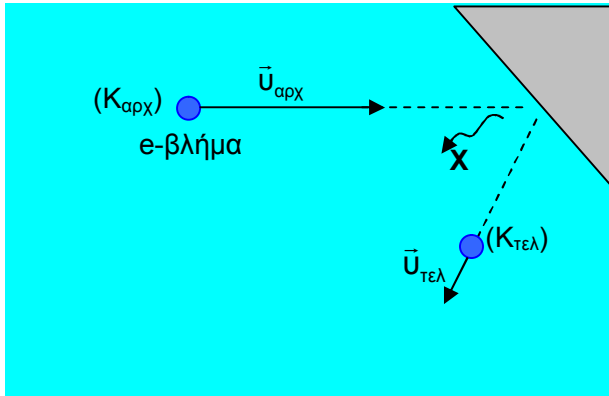


Ακτίνες Χ: Κι αν δεν παράγεται το ελάχιστο μήκος κύματος;



Από την θερμαινόμενη κάθοδο ενός σωλήνα παραγωγής ακτίνων Χ βγαίνουν 1000 ηλεκτρόνια με σχεδόν μηδενική κινητική ενέργεια. Αφού επιταχυνθούν από τάση $V = 3,3 \text{ kV}$ προσπίπτουν στην άνοδο. 3 μόνο από αυτά χάνοντας το 50% της ενέργειάς τους καταφέρνουν να παράγουν σε μια μόνο κρούση 3 φωτόνια ακτίνων Χ.

A. Ποιο είναι το μήκος κύματος των παραγόμενων ακτίνων Χ;
B. Ποιο θα ήταν το ελάχιστο μήκος

κύματος των παραγόμενων ακτίνων Χ;

Γ. Ποια είναι η απόδοση της συσκευής;

Δ. Ποια είναι η μέγιστη απόδοση της διάταξης;

Ε. Ποιο είναι το ποσό της θερμότητας που παράγεται από αυτή τη δέσμη και τι ποσοστό της ενέργειας της ηλεκτρονικής δέσμης είναι αυτό το ποσό;

ΣΤ. Ποιος είναι μέσος ρυθμός παραγωγής θερμότητας αν ο χρόνος λήψης της ακτινογραφίας είναι $\Delta t = 0,2 \text{ s}$;

(Δίνονται φορτίο ηλεκτρονίου $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, σταθερά του Planck $h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ και η ταχύτητα του φωτός στο κενό $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$).

Απάντηση

A. Αν εφαρμόσουμε την αρχή διατήρησης της ενέργειας κατά την κρούση,

$$K_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\epsilon\lambda} + hf \quad (1)$$

ενώ από το Θ.Μ.Κ.Ε. προκύπτει

$$K_{\alpha\rho\chi} - K_{\kappa\alpha\theta} = eV \quad (2)$$

Αν $K_{\kappa\alpha\theta} = 0$ και $K_{\tau\epsilon\lambda} = 0,5K_{\alpha\rho\chi}$ από τις (1), (2) προκύπτει

$$hf = 0,5eV \Leftrightarrow$$

$$\frac{c}{\lambda} = \frac{0,5eV}{h} \Leftrightarrow \lambda = \frac{hc}{0,5eV} \Leftrightarrow \lambda = \frac{6,6 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{0,5 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 3,3 \cdot 10^3} = 7,5 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

B. Το ελάχιστο μήκος κύματος παράγεται αν ένα φωτόνιο χάσει όλη την κινητική του

ενέργεια σε μια μόνο κρούση και είναι $\lambda_{\min} = \frac{hc}{eV} = \frac{6,6 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 3,3 \cdot 10^3} = 3,75 \cdot 10^{-10} \text{ m}$

Αν N_e ο αριθμός των ηλεκτρονίων της δέσμης, N_x ο αριθμός των εκπεμπόμενων φωτονίων, I η ένταση της δέσμης των ηλεκτρονίων, V η τάση λειτουργίας της συσκευής παραγωγής ακτίνων Χ, h η σταθερά του Planck, e το απόλυτο φορτίο του ηλεκτρονίου, c η ταχύτητα του φωτός, λ το μήκος κύματος των φωτονίων,

$$W_e = q_{\text{ολ}} V \Leftrightarrow W_e = N_e eV$$

Αν ένας αριθμός N ηλεκτρονίων ($N < N_e$) δημιουργήσει N_x ($= N$) φωτόνια ορισμένου μήκους κύματος, σε μια κρούση το καθένα, τότε

$$W_x = N_x hf = N_x \frac{hc}{\lambda}$$

Η απόδοση της δέσμης θα είναι:

$$\alpha = \frac{W_x}{W_e} \Leftrightarrow \alpha = \frac{N_x hc}{N_e eV} \Leftrightarrow \alpha = \frac{N_x hc}{N_e \lambda eV}$$

Από τη σχέση αυτή είναι φανερό ότι η απόδοση εξαρτάται από το μήκος κύματος των ακτίνων X.

$$\text{Με αντικατάσταση } \alpha = \frac{3,6,6 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{1000 \cdot 7,5 \cdot 10^{-10} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 3,3 \cdot 10^3} = 0,0015 \text{ δηλαδή } 0,15\%$$

Δ. Η μέγιστη απόδοση είναι όταν παράγεται το ελάχιστο μήκος κύματος

$$\alpha_{\max} = \frac{N_x hc}{N_e \lambda_{\min} eV} = \frac{N_x}{N_e} = 0,003 \text{ δηλαδή } 0,3\%$$

Ε. Από την Α.Δ.Ε. κατά την κρούση στην άνοδο για όλα τα ηλεκτρόνια-βλήματα και τα παραγόμενα φωτόνια X έχουμε:

$$W_e = W_x + Q_{\text{ολ}} \Leftrightarrow N_e eV = N_x hf + Q_{\text{ολ}} \Leftrightarrow Q_{\text{ολ}} = N_e eV - N_x h \frac{c}{\lambda} \Leftrightarrow$$

$$Q_{\text{ολ}} = 1000 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 3,3 \cdot 10^3 - 3,6,6 \cdot 10^{-34} \cdot 4 \cdot 10^{17} \Leftrightarrow Q_{\text{ολ}} = 5,28 \cdot 10^{-13} - 7,92 \cdot 10^{-16} \Leftrightarrow$$

$$Q_{\text{ολ}} = 5,27 \cdot 10^{-13} \text{ J, δηλαδή ποσοστό } \pi_{\theta} = \frac{Q_{\text{ολ}}}{W_e} \cdot 100 = \frac{5,27 \cdot 10^{-13}}{5,28 \cdot 10^{-13}} \cdot 100 = 99,85 \%$$

Ανδρέας Ριζόπουλος