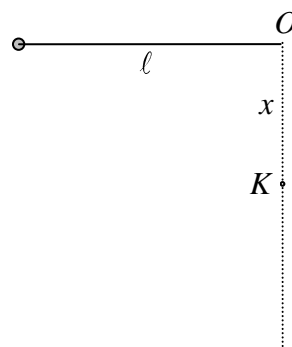
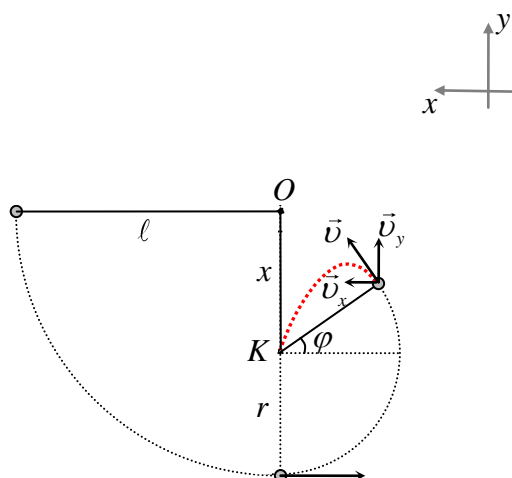


## Πού πρέπει να βάλουμε το καρφί;

Μικρό σώμα είναι δεμένο στο άκρο αβαρούς νήματος μήκους  $\ell$  το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σε σημείο  $O$ , όπως φαίνεται στο σχήμα. Το σώμα αφήνεται να κινηθεί με το νήμα οριζόντιο και τεντωμένο. Σε ποια απόσταση  $x$  από το  $O$  πάνω στην κατακόρυφο που διέρχεται από αυτό πρέπει να τοποθετήσουμε ένα καρφί κάθετα στο επίπεδο κίνησης ώστε το μικρό σώμα να πέσει πάνω στο καρφί;



## Λύση



Η διατήρηση της μηχανικής ενέργειας από τη θέση που το σώμα αφήνεται ελεύθερο μέχρι τη θέση που χαλαρώνει το νήμα δίνει,

$$\frac{1}{2}mv^2 - mg(x - r\eta\mu\varphi) = 0 \Rightarrow \boxed{v^2 - 2g(x - r\eta\mu\varphi) = 0} \quad (1)$$

Στη θέση χαλάρωσης του νήματος θα είναι,

$$mg\eta\mu\varphi = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow \boxed{v^2 = gr\eta\mu\varphi} \quad (2)$$

Μετά την χαλάρωση του νήματος ακολουθεί πλάγια βολή με εξίσωση τροχιάς,

$$y = \frac{x}{\varepsilon\varphi\varphi} - \frac{gx^2}{2v^2\eta\mu^2\varphi}$$

θεωρώντας αρχή των αξόνων τη θέση χαλάρωσης του νήματος.

(επισημαίνεται ότι η γωνία  $\varphi$  είναι η γωνία που σχηματίζει η ταχύτητα του σώματος με την κατακόρυφη συνιστώσα)

Για να χτυπήσει το σώμα στο καρφί πρέπει για,  $x = r\sigma\upsilon\nu\varphi$ ,  $y = -r\eta\mu\varphi$ .

Αντικαθιστώντας έχουμε,

$$-r\eta\mu\varphi = \frac{r\sigma\upsilon\nu\varphi}{\varepsilon\varphi\varphi} - \frac{gr^2\sigma\upsilon\nu^2\varphi}{2v^2\eta\mu^2\varphi} \Rightarrow \frac{gr\sigma\upsilon\nu^2\varphi}{2v^2\eta\mu^2\varphi} - \frac{\sigma\upsilon\nu\varphi}{\varepsilon\varphi\varphi} - \eta\mu\varphi = 0 \Rightarrow$$

$$\boxed{\varepsilon\varphi\varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \eta\mu\varphi = \frac{\sqrt{3}}{3}, \quad \sigma\upsilon\nu\varphi = \frac{\sqrt{6}}{3}} \quad (3)$$

Από (1) και (2),

$$3r\eta\mu\varphi - 2x = 0$$

Αντικαθιστώντας,  $r = \ell - x$  και  $\eta\mu\varphi = \frac{\sqrt{3}}{3}$ , βρίσκουμε τελικά,

$$\boxed{x = \frac{\sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} \ell}$$

**Σπύρος Χόρτης**