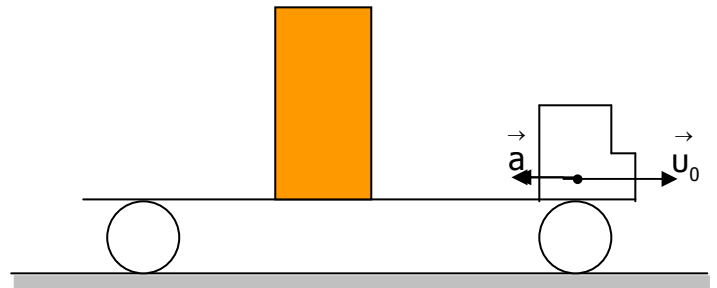


ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΣΤΕΡΕΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ ΚΑΙ ΧΡΟΝΟΣ ΚΙΝΗΣΗΣ

Με αφορμή την παλαιότερη ανάρτηση του φίλου Δ. Μάργαρη σε σχέση με τη ισορροπία στερεού σώματος που επιταχύνεται μεταφορικά "Ισορροπία- ροπές και κάθετη αντίδραση" είχα κάνει την ανάρτηση "Ισορροπία στερεού και στροφορμή 2" που τεκμηριώνει θεωρητικά όσα υποστηρίζει η προαναφερθείσα ανάρτηση. Με αφορμή την επικαιροποίηση του θέματος που γίνεται με την ανάρτηση του Δ. Μάργαρη " Ποιες οι δυνάμεις που ασκούνται" προσθέτω το επόμενο θέμα :

Στην πλατφόρμα ενός φορτηγού έχει τοποθετηθεί ένα κιβώτιο μάζας m το οποίο θεωρούμε ως ομογενές στερεό σώμα με μορφή ορθογωνίου παραλληλεπίπεδου με διαστάσεις $a=b=0,6\text{m}$ και $\gamma=1,2\text{m}$. Ο συντελεστής τριβής μεταξύ κιβωτίου και πλατφόρμας του φορτηγού είναι μ (θεωρούμε ότι $\mu_{\text{στ,ορ}}=\mu_{\text{ολ}}=\mu$). Το κιβώτιο έχει τοποθετηθεί έτσι ώστε να είναι σε επαφή με την πλατφόρμα μια έδρα του με το μικρότερο εμβαδόν, ενώ δύο παράλληλες έδρες του με το μεγαλύτερο εμβαδόν να είναι παράλληλες με τις πλευρές του φορτηγού. Το φορτηγό κινείται σε οριζόντιο δρόμο με σταθερή ταχύτητα μέτρου $u_0=54\text{Km/h}$. Κάποια στιγμή λόγω ενός κινδύνου ο οδηγός αρχίζει να επιβραδύνει το φορτηγό μέσω δύναμης που ασκεί το σύστημα πέδησης στους τροχούς προσδίδοντας σ' αυτό σταθερή επιτάχυνση(επιβράδυνση) μέτρου a .



α. Να υπολογιστούν οι τιμές του συντελεστή τριβής κιβωτίου – πλατφόρμας για τις οποίες:

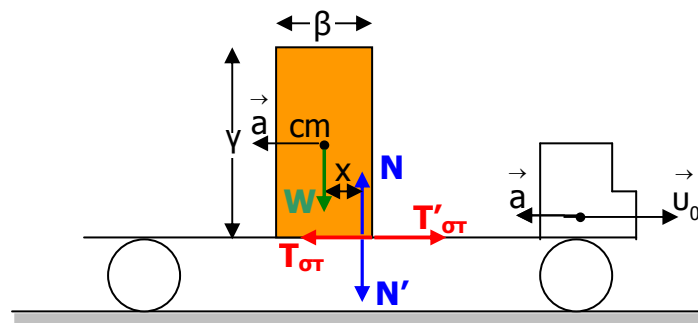
α₁. η ολίσθηση του κιβωτίου αρχίζει πριν την ανατροπή του.

α₂. η ανατροπή του κιβωτίου γίνεται πριν αρχίσει αυτό να ολισθαίνει.

β. Να βρεθεί ο ελάχιστος χρόνος για να σταματήσει το φορτηγό χωρίς το κιβώτιο να ολισθήσει ή να ανατραπεί. Δίνεται $g=10\text{ m/s}^2$. Η ταχύτητα και η επιτάχυνση του φορτηγού αναφέρονται ως προς ακίνητο παρατηρητή.

ΛΥΣΗ

α₁.



ΠΛΑΓΙΑ ΟΨΗ

Όταν το φορτηγό αρχίζει να επιβραδύνεται, για να μην υπάρχει σχετική κίνηση του κιβωτίου ως προς την πλατφόρμα του φορτηγού θα πρέπει και το κιβώτιο να έχει την ίδια επιτάχυνση (επιβράδυνση) με το φορτηγό. Οι δυνάμεις που ασκούνται στο κιβώτιο είναι το βάρος του \vec{W} , η κάθετη αντίδραση της πλατφόρμας στο κιβώτιο \vec{N} και η στατική τριβή $\vec{T}_{\text{στ}}$. Αντίστοιχα $\vec{T}'_{\text{στ}}$ και \vec{N}' είναι οι αντιδράσεις των δύο προηγούμενων δυνάμεων στην πλατφόρμα.

Ορίζουμε ως θετική φορά αυτή της κίνησης του φορτηγού και από το 2^ο Νόμο του Newton για την κίνηση του κιβωτίου έχουμε:

$$\Sigma F = ma \Rightarrow -T_{\sigma\tau} = -ma \Rightarrow T_{\sigma\tau} = ma \quad (1)$$

Το κιβώτιο δεν ολισθαίνει στην πλατφόρμα, όταν $T_{\sigma\tau} \leq T_{\sigma\tau, \text{οριακή}} \Rightarrow T_{\sigma\tau} \leq \mu_{\sigma\tau, \text{ορ}} N$. Η ολίσθηση του κιβωτίου αρχίζει όταν $T_{\sigma\tau, \text{οριακή}} = T_{\sigma\tau 1} = \mu_{\sigma\tau, \text{ορ}} N$ (2).

Θεωρούμε ως θετικής αριθμητικής τιμής τις ροπές των δυνάμεων που στρέφουν αντίθετα από τη φορά των δεικτών του ρολογιού. Επειδή η μεταφορική κίνηση του κιβωτίου είναι μεταβαλλόμενη ($\vec{a}_{\text{cm}} \neq 0$) δεν ανατρέπεται όταν :

$$\Sigma \tau_{(\text{cm})} \geq 0 \Rightarrow Nx - T_{\sigma\tau} \frac{Y}{2} \geq 0 \Rightarrow Nx \geq T_{\sigma\tau} \frac{Y}{2} \Rightarrow T_{\sigma\tau} \leq \frac{2Nx}{Y}$$

όπου x = η απόσταση του φορέα της κάθετης αντίδρασης N της πλατφόρμας στο κιβώτιο από το κέντρο μάζας του (cm).

Η ανατροπή του κιβωτίου αρχίζει όταν το κιβώτιο βρίσκεται σε επαφή με την πλατφόρμα μόνο

κατά μήκος της ακμής του μήκους β . Τότε $x = \frac{\beta}{2} = \frac{a}{2} = 0,3\text{m}$ και $T_{\sigma\tau} = \frac{2Nx}{Y}$.

$$\text{Άρα } T_{\sigma\tau} = T_{\sigma\tau 2} = \frac{2N \cdot 0,3}{1,2} \Rightarrow T_{\sigma\tau 2} = 0,5N \quad (3)$$

Από τις (2) και (3) προκύπτει ότι για να αρχίσει η ολίσθηση του κιβωτίου πριν την ανατροπή του πρέπει $T_{\sigma\tau 1} < T_{\sigma\tau 2} \Rightarrow \mu N < 0,5N \Rightarrow \mu < 0,5$

α₂. Από την προηγούμενη ανάλυση προκύπτει ότι η ανατροπή θα προηγηθεί χρονικά της ολίσθησης αν : $T_{\sigma\tau 1} > T_{\sigma\tau 2} \Rightarrow \mu N > 0,5N \Rightarrow \mu > 0,5$

β. Κατά τη διάρκεια της επιβράδυνσης του φορτηγού άρα και του κιβωτίου και εφ' όσον το κιβώτιο δεν ολισθαίνει στην πλατφόρμα και δεν ανατρέπεται ισχύουν:

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N = W \Rightarrow N = mg \quad (4)$$

Επειδή η μεταφορική κίνηση του κιβωτίου είναι μεταβαλλόμενη ($\vec{a}_{\text{cm}} \neq 0$) **κατ' ανάγκη πρέπει :**

$$\Sigma \tau_{(\text{cm})} = 0$$

$Nx - T_{\sigma\tau} \frac{Y}{2} = 0 \Rightarrow x = \frac{T_{\sigma\tau} Y}{2N}$ (5) όπου x = η απόσταση του φορέα της κάθετης αντίδρασης N της πλατφόρμας στο κιβώτιο από το κέντρο μάζας του (cm).

$$\text{Αλλά } x \leq \frac{\beta}{2} \quad (6)$$

$$\text{Από (6) : } \Rightarrow \frac{T_{\sigma\tau} Y}{2N} \leq \frac{\beta}{2} \xrightarrow{(1)} \frac{may}{2mg} \leq \frac{\beta}{2} \Rightarrow \frac{ay}{g} \leq \beta \Rightarrow a \leq 5\text{m} / \text{s}^2 \quad (7)$$

Ο χρόνος κίνησης του φορτηγού μέχρι να σταματήσει δίνεται από την εξίσωση της ταχύτητας στην ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση:

$$u = u_0 - at \xrightarrow{u=0} t_{\text{ολ}} = \frac{u_0}{a} \Rightarrow a = \frac{u_0}{t_{\text{ολ}}} \quad (8)$$

$$\text{Από (7) } \xrightarrow{(8)} \frac{u_0}{t_{\text{ολ}}} \leq a \Rightarrow t_{\text{ολ}} \geq \frac{u_0}{a} \Rightarrow t_{\text{ολ}} \geq \frac{54 \cdot 10^3 \text{ m/s}}{36 \cdot 10^2 \cdot 5 \text{ m/s}^2} \Rightarrow t_{\text{ολ min}} = 3\text{s}$$

ΣΧΟΛΙΟ

Η ιδέα για το θέμα αυτό ήταν να βάλουμε την $T_{στ}$ να παίξει το ρόλο που σε άλλες περιπτώσεις παίξει μια εξωτερική δύναμη η οποία χρησιμοποιείται για να ανατρέψει το σώμα. Η μεταβαλλόμενη κίνηση του φορτηγού χρησιμοποιήθηκε για να δειχθεί ότι πρέπει να μελετήσουμε την στροφική ισορροπία του κιβωτίου ως προς το cm .

Ξ.ΣΤΕΡΓΙΑΔΗΣ