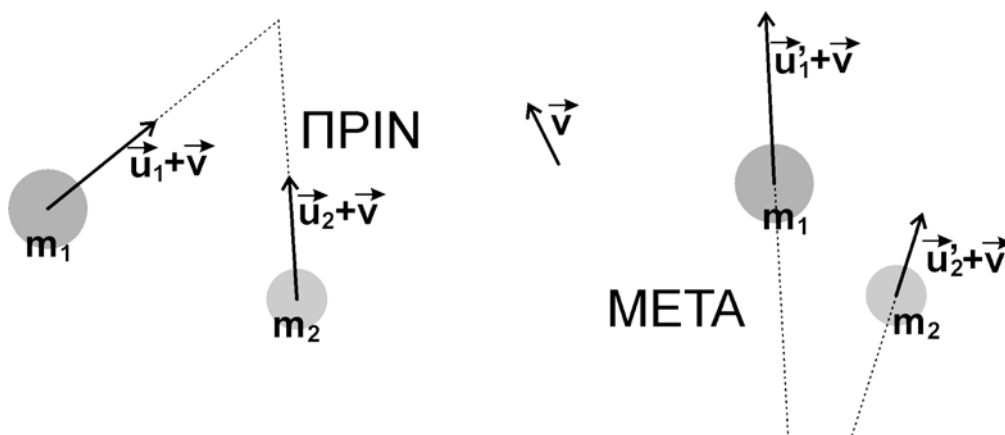


Ένας αδρανειακός παρατηρητής A παρακολουθεί το φαινόμενο μιας κρούσης (ή γενικότερα μιας αλληλεπίδρασης) μεταξύ δύο σωμάτων με μάζες m_1 και m_2 που έχουν αντίστοιχα ταχύτητες \vec{u}_1, \vec{u}_2 πριν την κρούση και \vec{u}'_1, \vec{u}'_2 μετά.



Ένας δεύτερος αδρανειακός παρατηρητής B, ο οποίος κινείται ως προς τον A με ταχύτητα $-\vec{v}$, παρακολουθεί το ίδιο φαινόμενο. Οι ταχύτητες των σωμάτων που αυτός παρατηρεί θα είναι αντίστοιχα $\vec{u}_1 + \vec{v}, \vec{u}_2 + \vec{v}$ πριν την κρούση και $\vec{u}'_1 + \vec{v}, \vec{u}'_2 + \vec{v}$ μετά.



Σύμφωνα με τον παρατηρητή A, η θερμική ενέργεια που εκλύεται κατά την κρούση είναι:

$$Q_A = \Delta K_A \Rightarrow Q_A = \frac{1}{2} m_1 \vec{u}'_1{}^2 + \frac{1}{2} m_2 \vec{u}'_2{}^2 - \left(\frac{1}{2} m_1 \vec{u}_1{}^2 + \frac{1}{2} m_2 \vec{u}_2{}^2 \right) \Rightarrow$$

$$2Q_A = m_1 \vec{u}'_1{}^2 + m_2 \vec{u}'_2{}^2 - m_1 \vec{u}_1{}^2 - m_2 \vec{u}_2{}^2 \quad (1)$$

Σύμφωνα με τον παρατηρητή B, η θερμική ενέργεια που εκλύεται κατά την κρούση είναι:

$$Q_B = \Delta K_B \Rightarrow Q_B = \frac{1}{2} m_1 (\vec{u}'_1 + \vec{v})^2 + \frac{1}{2} m_2 (\vec{u}'_2 + \vec{v})^2 - \left[\frac{1}{2} m_1 (\vec{u}_1 + \vec{v})^2 + \frac{1}{2} m_2 (\vec{u}_2 + \vec{v})^2 \right] \Rightarrow$$

$$2Q_B = m_1 \vec{u}'_1{}^2 + 2m_1 \vec{u}'_1 \vec{v} + m_2 \vec{u}'_2{}^2 + 2m_2 \vec{u}'_2 \vec{v} - m_1 \vec{u}_1{}^2 - 2m_1 \vec{u}_1 \vec{v} - m_2 \vec{u}_2{}^2 - 2m_2 \vec{u}_2 \vec{v} \stackrel{(1)}{\Rightarrow}$$

$$2Q_B = 2Q_A + 2m_1 \vec{u}'_1 \vec{v} + 2m_2 \vec{u}'_2 \vec{v} - 2m_1 \vec{u}_1 \vec{v} - 2m_2 \vec{u}_2 \vec{v} \Rightarrow$$

$$Q_B - Q_A = (m_1 \vec{u}'_1 + m_2 \vec{u}'_2 - m_1 \vec{u}_1 - m_2 \vec{u}_2) \vec{v}$$

Οι δύο παρατηρητές οφείλουν να παρατηρούν την ίδια θερμική ενέργεια, δηλαδή πρέπει $Q_A = Q_B$, οπότε η παραπάνω σχέση γίνεται:

$$(m_1 \vec{u}'_1 + m_2 \vec{u}'_2 - m_1 \vec{u}_1 - m_2 \vec{u}_2) \vec{v} = 0,$$

και επειδή η παραπάνω σχέση θα πρέπει να ισχύει για οποιοδήποτε \vec{v} είναι:

$$m_1 \vec{u}'_1 + m_2 \vec{u}'_2 - m_1 \vec{u}_1 - m_2 \vec{u}_2 = \vec{0} \Rightarrow \boxed{\vec{P}_{\alpha\rho\chi} = \vec{P}_{\tau\epsilon\lambda}}$$

Κατά τους υπολογισμούς χρησιμοποιήθηκε η πρόταση: «Οι δύο παρατηρητές οφείλουν να παρατηρούν την ίδια θερμική ενέργεια». Μήπως η πρόταση αυτή εμπεριέχει κάπου καλά κρυμμένη την αρχή διατήρησης ορμής;