

45) Ένας ομογενής κύλινδρος με ενσωματωμένο

δέκτη ηχητικών κυμάτων στο κέντρο του, έχει μάζα $m=2\text{kg}$ και ακτίνα $R=0,04\text{m}$.

Ο κύλινδρος ηρεμεί πάνω στην οριζόντια επιφάνεια ενός ακίνητου οχήματος

που διαθέτει πηγή ήχου που εκπέμπει

με συχνότητα 686Hz στην οριζόντια διεύθυνση του ανιχνευτή. Ο κύλινδρος αρχικά απέχει 5m από το πίσω άκρο Α του οχήματος, με το οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής $\mu=0,04$.

Τη χρονική στιγμή $t=0$ το όχημα αρχίζει να κινείται προς τα δεξιά με σταθερή επιτάχυνση $\alpha=0,6\text{m/s}^2$ με αποτέλεσμα ο κύλινδρος να τεθεί σε κίνηση εγκαταλείποντας το όχημα την χρονική στιγμή t_1 .

α) πόσες περιστροφές εκτελεί ο κύλινδρος μέχρι να χάσει την επαφή του με το όχημα;

β) να βρεθεί η συχνότητα που καταγράφει ο ανιχνευτής τη χρονική στιγμή t_1 .

γ) με ποιο ρυθμό μεταβάλλεται η κινητική ενέργεια του κυλίνδρου μόλις πριν χάσει την επαφή του με το όχημα;

δ) αν το όχημα είχε ξεκινήσει με σταθερή επιτάχυνση $\alpha=2,9\text{m/s}^2$, πόση θερμότητα θα είχε παραχθεί λόγω της τριβής μεταξύ κυλίνδρου και οχήματος;

(δίνεται ότι $g=10\text{m/s}^2$, ροπή αδράνειας κυλίνδρου $I_{CM}=MR^2/2$)

ΣΥΝΟΠΤΙΚΗ ΛΥΣΗ

Λόγω αδράνειας τη στιγμή που το όχημα (2) ξεκινά, ο κύλινδρος θα εμποδίζει την

μεταφορική κίνηση του οχήματος ασκώντας του τριβή αντίθετη της κίνησής του.

Άρα λόγω δράσης αντίδρασης ο κύλινδρος θα δέχεται τριβή προς τη φορά κίνησης του οχήματος (προς τα δεξιά)

Έστω ότι ο κύλινδρος δεν ολισθαίνει άρα θα πρέπει το σημείο επαφής του Λ με το όχημα να έχει κάθε στιγμή συνολική ταχύτητα ίση με την ταχύτητα του οχήματος

$$v_2 = v_1 + v_{\gamma} \quad \text{και με παραγωγή} \quad a_2 = a_1 + a_{\epsilon\pi} = 0,6\text{m/s}^2$$

$$\Sigma F_{1Y}=0$$

$$B_1 = N_1 = 20\text{N}$$

$$T_{\text{ολισθ}} = T_{\text{οριακο}} = \mu N_1 = 0,8\text{N}$$

$$\Sigma F_{1X} = m_1 a_1$$

$$T = m_1 a_1$$

$$T = 2a_1$$

$$\Sigma \tau = I a_{\gamma}$$

$$TR = m_1 R^2 / 2 a_{\gamma}$$

$$T = R a_{\gamma} = a_{\epsilon\pi}$$

$$\text{άρα } 2a_1 = a_{\epsilon\pi} \quad \text{άρα } 3a_1 = 0,6(1)$$

$$\text{άρα } a_1 = 0,2\text{m/s}^2 \quad \text{και } T = 0,4\text{N} < T_{\text{οριακο}} \quad \text{άρα σωστή η υπόθεση}$$

ότι δεν έχουμε ολίσθηση.

Τη στιγμή που ο κύλινδρος εγκαταλείπει το όχημα ισχύει $\Delta x_2 - \Delta x_1 = 5 \rightarrow (a_2 - a_1) \Delta t^2 / 2 = 5 \rightarrow$

$t_1 = 5\text{sec}$ άρα τότε έχουμε $v_1 = a_1 \Delta t = 1\text{m/s}$, $v_2 = a_2 \Delta t = 3\text{m/s}$, $\Delta \theta = a_{\epsilon\pi} \Delta t^2 / 2R = 125\text{rad}$

$$\alpha) N = \Delta \theta / 2\pi = 125 / 2\pi \quad \beta) f = \frac{v_{\eta\chi} + v_1}{v_{\eta\chi} + v_2} f_s = 682\text{Hz} \quad \gamma) \frac{dK}{dt} = \Sigma F_{1X} v_1 + \Sigma \tau \omega_1 = 3T v_1 = 1,2\text{Watt}.$$

δ) Έστω ότι ο κύλινδρος δεν ολισθαίνει άρα από τις δυναμικές εξισώσεις για τον

κύλινδρο θα προκύπτει ότι (από σχέση 1) $3a_1 = 2,9 \rightarrow a_1 = 2,9/3 \rightarrow T = 2,9/3 > T_{\text{οριακ}}$

άρα ο κύλινδρος ολισθαίνει και δέχεται τριβή ολίσθησης $T = 0,8\text{N}$ οπότε:

$$\Sigma F_{1X} = m_1 a_1 \rightarrow T_{\text{ολισθ}} = m_1 a_1 \rightarrow a_1 = 0,4\text{m/s}^2 \quad \text{και } \Sigma \tau = I a_{\gamma} \rightarrow TR = m R^2 a_{\gamma} / 2 \rightarrow a_{\gamma} = 20\text{rad/s}^2$$

Τη στιγμή της εγκατάλειψης έχουμε $\Delta x_2 - \Delta x_1 = 5 \rightarrow (a_2 - a_1) \Delta t^2 / 2 = 5 \rightarrow \Delta t = 2\text{sec}$ άρα

τη στιγμή της εγκατάλειψης ο κύλινδρος έχει $v_1 = a_1 \Delta t = 0,8\text{m/s}$ και $\omega_1 = a_{\gamma} \Delta t = 40\text{rad/s}$

άρα έχει αποκτήσει κινητική ενέργεια $K = K_{\text{μεταφ}} + K_{\text{στρφ}} = 1,92\text{j}$. Στο χρονικό διάστημα

$\Delta t = 2\text{s}$ το όχημα μετατοπίστηκε κατά $\Delta x_2 = a_2 \Delta t^2 / 2 = 2,9 \cdot 4 / 2 = 5,8\text{m}$ άρα μέσω του

έργου της τριβής ολίσθησης αφαιρέθηκε από το όχημα ενέργεια $E = T \Delta x_2 = 4,64\text{joule}$

εκ των οποίων τα $1,92\text{j}$ μεταφέρθηκαν στον κύλινδρο υπό μορφή κινητικής ενέργειας

άρα το υπόλοιπο ποσό $(4,64 - 1,92) = 2,72\text{joule}$ μεταφέρθηκε στο περιβάλλον υπό μορφή

θερμικής ενέργειας.

Μανόλης Μαργαρίτης

manmar7@yahoo.gr