

**Μαθηματικά**  
**Κεφάλαιο 18 -**  
**Πρόσθεση και αφαίρεση**  
**κλασμάτων**



**Θεωρία**

**Πρόσθεση και αφαίρεση**  
**ομώνυμων κλασμάτων**

Αν τα κλάσματα είναι **ομώνυμα**,  
**Προσθέτουμε τους αριθμητές τους.**  
**Αφαιρούμε ομώνυμα κλάσματα**  
**αφαιρώντας τους αριθμητές τους.**  
**Ο παρονομαστής μένει ο ίδιος.**  
 Αν γίνεται, **απλοποιώ** το αποτέλεσμα.

παράδειγμα:

$$\frac{4}{8} + \frac{2}{8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{8}{9} - \frac{2}{9} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

**Πρόσθεση και αφαίρεση**  
**ετερόνυμων κλασμάτων**

Αν τα κλάσματα είναι **ετερόνυμα**, τα **μετατρέπω σε ομώνυμα** και μετά **κάνω τις πράξεις όπως έμαθα προηγουμένως.**  
 Αν έχω έναν **φυσικό αριθμό**, τον **κάνω κλάσμα βάζοντας παρονομαστή το 1.** ( $6 = \frac{6}{1}$ )  
 Αν γίνεται, **απλοποιώ** το αποτέλεσμα.

παράδειγμα

$$\frac{2}{5} + \frac{3}{4} + \frac{6}{10}$$

Πρέπει να τα μετατρέψω σε ομώνυμα

$$\text{Ε.Κ.Π (5, 4, 10) = 20}$$

$$\frac{2}{5} = \frac{8}{20} \quad \frac{3}{4} = \frac{15}{20} \quad \frac{6}{10} = \frac{12}{20}$$

$$\frac{2}{5} + \frac{3}{4} + \frac{6}{10} = \frac{8}{20} + \frac{15}{20} + \frac{12}{20} = \frac{35}{20}$$

$$\frac{35}{20} = \frac{7}{4} = 1 \frac{3}{4}$$

## Πρόσθεση και αφαίρεση με μεικτούς αριθμούς

Αν σε μια πρόσθεση ή αφαίρεση υπάρχει μεικτός αριθμός, τότε:

- είτε **μετατρέπω τον μεικτό αριθμό σε κλάσμα** και στη συνέχεια ακολουθώ τους κανόνες για την πρόσθεση και την αφαίρεση των κλασμάτων
- είτε **προσθέτω ή αφαιρώ χωριστά τους ακέραιους αριθμούς και χωριστά τα κλάσματα**, και στη συνέχεια **προσθέτω τα αποτελέσματα**

Παράδειγμα

$$5\frac{1}{4} + 6\frac{2}{3}$$

**1<sup>ος</sup> τρόπος:** α. Μετατρέπουμε τους μεικτούς σε κλάσματα

$$5\frac{1}{4} + 6\frac{2}{3} = \frac{5 \times 4 + 1}{4} + \frac{6 \times 3 + 2}{3} = \frac{21}{4} + \frac{20}{3} =$$

β. Μετατρέπουμε τα κλάσματα σε ομώνυμα.

$$\text{Ε.Κ.Π (4, 3)} = 12$$

$$\frac{21}{4} + \frac{20}{3} = \frac{21 \times 3}{4 \times 3} + \frac{20 \times 4}{3 \times 4} = \frac{63}{12} + \frac{80}{12} = \frac{143}{12} = 11\frac{11}{12}$$

**2<sup>ος</sup> τρόπος:** α. **προσθέτω χωριστά τους ακέραιους αριθμούς**

$$5\frac{1}{4} + 6\frac{2}{3} = (5 + 6) + \left(\frac{1}{4} + \frac{2}{3}\right) = 11 + \frac{1}{4} + \frac{2}{3}$$

β. και **χωριστά τα κλάσματα**, αφού τα κάνω ομώνυμα

$$\text{Ε.Κ.Π (4, 3)} = 12$$

$$11 + \frac{1 \times 3}{4 \times 3} + \frac{2 \times 4}{3 \times 4} = 11 + \frac{3}{12} + \frac{8}{12} = 11\frac{11}{12}$$

**Όταν πρέπει να λύσω ένα πρόβλημα που έχει κλάσματα ή μεικτούς αριθμούς:**

- Ελέγχω αν οι αριθμοί του προβλήματος είναι στην ίδια μορφή.
- Αν δεν είναι στην ίδια μορφή, τους μετατρέπω σε αριθμούς μιας μορφής.
- Αποφασίζω ποιες πράξεις πρέπει να κάνω.
- Εκτελώ τις πράξεις και ελέγχω το αποτέλεσμα



Ασκήσεις

1. Κάνω τις πράξεις:

$$\alpha. \frac{6}{12} + \frac{3}{12} =$$

$$\beta. \frac{11}{10} - \frac{4}{10} =$$

$$\gamma. \frac{3}{8} + \frac{7}{12} =$$

$$\delta. \frac{12}{18} - \frac{7}{12} =$$

$$\epsilon. 4\frac{3}{5} + \frac{7}{15}$$

$$\epsilon. 4\frac{1}{6} - 2\frac{3}{5} =$$

$$\sigma\tau. \frac{3}{20} + 0,25 =$$

$$\zeta. 3,4 - 2\frac{3}{5} =$$

2. Συμπληρώνω τους αριθμούς που λείπουν, για να ισχύουν οι ισότητες:

$$\frac{4}{12} + \frac{\quad}{12} = 2 \quad , \quad - + \frac{5}{9} = \frac{8}{9} \quad , \quad 3 + \dots - = 7\frac{8}{10}$$

$$\frac{25}{15} - \frac{\quad}{15} = 1 \quad , \quad \frac{20}{\quad} - \dots = \frac{12}{30} \quad , \quad 8\frac{9}{12} - \dots - = 3\frac{4}{12}$$



### Προβλήματα

3. Η κ. Ελένη αγόρασε 2 κιλά ζαχαρωτά. Έδωσε  $\frac{4}{9}$  του κιλού στην κόρη της και  $\frac{1}{3}$  του κιλού στον γιο της. Πόσα κιλά από τα ζαχαρωτά της έμειναν;

Απάντηση: \_\_\_\_\_

4. Η κυρία Αναστασία αγόρασε  $\frac{4}{5}$  κιλά καρύδια και από αυτά χρησιμοποίησε τα  $\frac{6}{10}$  του κιλού. Τι μέρος του κιλού καρύδια της έμεινε;

Απάντηση: \_\_\_\_\_

5. Ο Δημήτρης είχε 45€. Το Σάββατο ξόδεψε  $20\frac{3}{5}$  € και την Κυριακή  $6\frac{2}{5}$  € λιγότερα. Πόσα € τού περίσσεψαν;

Απάντηση: \_\_\_\_\_

### Απαντήσεις

1.

$$\alpha. \frac{6}{12} + \frac{3}{12} = \frac{9}{12}$$

$$\beta. \frac{11}{10} - \frac{4}{10} = \frac{7}{10}$$

$$\gamma. \frac{3}{8} + \frac{7}{12} = (\text{Ε.Κ.Π. (8,12)=24}) \quad \frac{3}{8} + \frac{7}{12} = \frac{9}{24} + \frac{14}{24} = \frac{23}{24}$$

$$\delta. \frac{12}{18} - \frac{7}{12} = (\text{Ε.Κ.Π. (18,12)=36}) \quad \frac{12}{18} - \frac{7}{12} = \frac{24}{36} - \frac{21}{36} = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

$$\epsilon. 4\frac{3}{5} + \frac{7}{15} = \frac{23}{5} + \frac{7}{15} \quad (\text{Ε.Κ.Π. (5,15)=15}) \quad \frac{23}{5} + \frac{7}{15} = \frac{69}{15} + \frac{7}{15} = \frac{76}{15} = 5\frac{1}{15}$$

$$\epsilon. 4\frac{1}{6} - 2\frac{3}{5} = \frac{25}{6} + \frac{13}{5} \quad (\text{Ε.Κ.Π. (6,5)=30}) \quad \frac{25}{6} - \frac{13}{5} = \frac{125}{30} - \frac{78}{30} = \frac{47}{30} = 1\frac{17}{30}$$

$$\sigma\tau. \frac{3}{20} + 0,25 = \frac{3}{20} + \frac{25}{100} \quad (\text{Ε.Κ.Π. (20,100)=100}) \quad \frac{3}{20} + \frac{25}{100} = \frac{15}{100} + \frac{25}{100} = \frac{40}{100} = \frac{2}{5}$$

$$\zeta. 3,4 - 2\frac{3}{5} = \frac{34}{10} - \frac{13}{5} \quad (\text{Ε.Κ.Π. (10,5)=10}) \quad \frac{34}{10} - \frac{13}{5} = \frac{34}{10} - \frac{26}{10} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

2

$$\frac{4}{12} + \frac{20}{12} = 2, \quad \frac{3}{9} + \frac{5}{9} = \frac{8}{9}, \quad 3 + 4\frac{8}{10} = 7\frac{8}{10}$$

$$\frac{25}{15} - \frac{10}{15} = 1, \quad \frac{20}{30} - \frac{8}{30} = \frac{12}{30}, \quad 8\frac{9}{12} - 5\frac{5}{12} = 3\frac{4}{12}$$

3.

$$\frac{1}{3} = \frac{1 \chi 3}{3 \chi 3} = \frac{3}{9} \quad \text{Επομένως στα παιδιά της έδωσε: } \frac{4}{9} + \frac{3}{9} = \frac{7}{9} \text{ του κιλού.}$$

$$\text{Το 1 κιλό έχει } \frac{9}{9}, \text{ επομένως τα 2 κιλά που είχε: } \frac{9}{9} + \frac{9}{9} = \frac{18}{9}$$

$$\text{Της έμειναν: } \frac{18}{9} - \frac{7}{9} = \frac{11}{9} \text{ κιλά ή } 1\frac{2}{9} \text{ κιλά.}$$

4.  $\frac{4}{5} - \frac{6}{10} = \frac{4 \chi 2}{5 \chi 2} - \frac{6}{10} = \frac{8}{10} - \frac{6}{10} = \frac{2}{10}$  του κιλού της έμειναν.

5. Την Κυριακή ξόδεψε  $20\frac{3}{5} - 6\frac{2}{5} = 14\frac{1}{5}$  €

Επομένως το Σάββατο και την Κυριακή ξόδεψε  $20\frac{3}{5} + 14\frac{1}{5} = 34\frac{4}{5}$  €

Του περίσσεψαν:  $45 - 34\frac{4}{5} = 44\frac{5}{5} - 34\frac{4}{5} = 10\frac{1}{5}$  €

6.

$$\frac{1}{3} = \frac{4}{12} \quad , \quad \frac{5}{12} = \frac{5}{12}$$

$$\text{Ε.Κ.Π. (3,12)} = 12$$

$$12 : 3 = 4 \quad , \quad 12 : 12 = 1$$

$$\frac{1 \times 4}{3 \times 4} = \frac{4}{12} \quad , \quad \frac{5 \times 1}{12 \times 1} = \frac{5}{12}$$

$$\frac{5}{12} = \frac{15}{36} \quad , \quad \frac{7}{18} = \frac{14}{36}$$

$$\text{Ε.Κ.Π. (12,18)} = 36$$

$$36 : 12 = 3 \quad , \quad 36 : 18 = 2$$

$$\frac{5 \times 3}{12 \times 3} = \frac{15}{36} \quad , \quad \frac{7 \times 2}{18 \times 2} = \frac{14}{36}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{8}{24} \quad , \quad \frac{5}{12} = \frac{10}{24} \quad , \quad \frac{2}{8} = \frac{6}{24}$$

$$\text{Ε.Κ.Π. (3,12,8)} = 24$$

$$24 : 3 = 8 \quad , \quad 24 : 12 = 2 \quad , \quad 24 : 8 = 3$$

$$\frac{1 \times 8}{3 \times 8} = \frac{8}{24} \quad , \quad \frac{5 \times 2}{12 \times 2} = \frac{10}{24} \quad , \quad \frac{2 \times 3}{8 \times 3} = \frac{6}{24}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{20}{30} \quad , \quad \frac{5}{6} = \frac{25}{30} \quad , \quad \frac{8}{10} = \frac{24}{30}$$

$$\text{Ε.Κ.Π. (3,6,10)} = 30$$

$$30 : 3 = 10 \quad , \quad 30 : 6 = 5 \quad , \quad 30 : 10 = 3$$

$$\frac{2 \times 10}{3 \times 10} = \frac{20}{30} \quad , \quad \frac{5 \times 5}{6 \times 5} = \frac{25}{30} \quad , \quad \frac{8 \times 3}{10 \times 3} = \frac{24}{30}$$

7.

$$\frac{1}{3} < \frac{2}{4} < \frac{4}{5} < \frac{8}{8} < \frac{6}{5} < \frac{7}{4}$$



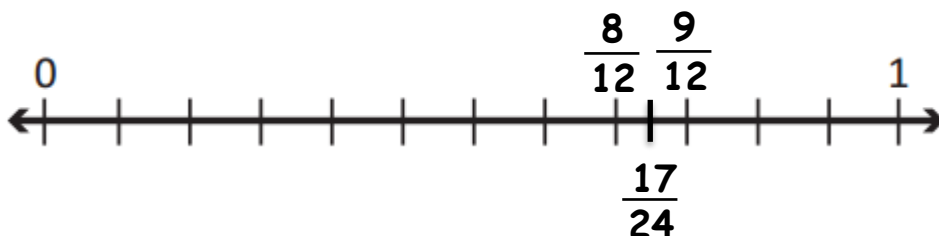
8. Να βρεις ένα κλάσμα που βρίσκεται ανάμεσα:

α.  $\frac{3\chi^2}{5\chi^2} = \frac{6}{10}$  ,  $\frac{4\chi^2}{5\chi^2} = \frac{8}{10}$  , ανάμεσα βρίσκεται το κλάσμα  $\frac{7}{10}$



β. Θα μεγαλώσουμε τους όρους και των δύο κλασμάτων πολλαπλασιάζοντας με το 2.

$\frac{8\chi^2}{12\chi^2} = \frac{16}{24}$  ,  $\frac{9\chi^2}{12\chi^2} = \frac{18}{24}$  , ανάμεσα βρίσκεται το κλάσμα  $\frac{17}{24}$



9.

Θα κάνουμε τα κλάσματα ομώνυμα με παρονομαστή το Ε.Κ.Π. (6,12)=12.

Έτσι έχουμε: το  $\frac{3}{12}$  (ο Γιώργος) παραμένει το ίδιο

$$\text{το } \frac{2}{6} \text{ (η Νίκη)} \rightarrow \frac{2\chi^2}{6\chi^2} = \frac{4}{12}$$

Ο Γιώργος και η Νίκη τακτοποίησαν:  $\frac{3}{12} + \frac{4}{12} = \frac{7}{12}$  των βιβλίων.

Όλα τα βιβλία είναι  $\frac{12}{12}$  , επομένως η Ευγενία τακτοποίησε τα  $\frac{12}{12} - \frac{7}{12} = \frac{5}{12}$

Άρα τα περισσότερα βιβλία τακτοποίησε η Ευγενία ( $\frac{5}{12}$ ) και τα λιγότερα ο Γιώργος  $\frac{3}{12}$ .

10.

Στα κλάσματα με τον ίδιο αριθμητή, μεγαλύτερο είναι αυτό που έχει τον μικρότερο παρονομαστή. Οπότε τα παραπάνω κλάσματα από το μεγαλύτερο προς το μικρότερο είναι

$$\frac{1}{2} > \frac{1}{3} > \frac{1}{4} > \frac{1}{6}$$

. Επομένως, η σειρά των παιδιών με βάση τον βαθμό ευστοχίας τους είναι: Μαρία, Γιάννης, Πάνος, Έλενα.