

Συλλογή προβλημάτων  
που λύνονται με εξισώσεις  
αλλά και με  
πρακτική αριθμητική

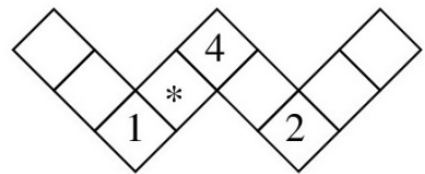


1η Συνάντηση 9-10-2018

### ΠΡΟΒΛΗΜΑ 1

Οι αριθμοί από το 1 έως το 9 τοποθετήθηκαν στα τετραγωνάκια του σχήματος ώστε το άθροισμα των τριών αριθμών σε κάθε μία από τις τέσσερις γραμμές να είναι το ίδιο.

- α. Ποιος αριθμός μπήκε στο τετράγωνο με το αστεράκι;
- β. Με πόσους τρόπους μπορεί να γίνει η τοποθέτηση;



### ΠΡΟΒΛΗΜΑ 2

Το παρακάτω τετράγωνο είναι μαγικό. Βρείτε τον άγνωστο αριθμό  $x$  και συμπληρώστε το τετράγωνο.

(Μαγικό τετράγωνο σημαίνει ότι όλες οι γραμμές και όλες οι στήλες αλλά και οι δύο διαγώνιες βγάζουν το ίδιο άθροισμα).

13		
5		15
$x$		

### ΠΡΟΒΛΗΜΑ 3

Μια βρύση γεμίζει μια δεξαμενή σε 15 λεπτά της ώρας, μια δεύτερη σε 20 λεπτά, και μια τρίτη σε 30. Αν είναι ανοιχτές και οι τρεις βρύσες, σε πόσο χρόνο θα γεμίσουν τη δεξαμενή; Ο ιδιοκτήτης για να καθαρίζει την δεξαμενή κατασκεύασε ακόμα μια βρύση η οποία αδειάζει τη δεξαμενή (αν τρέχει μόνο αυτή, σε 25 λεπτά). Μια μέρα ξεχάστηκαν και οι τέσσερις βρύσες ανοικτές. Υπάρχει περίπτωση να υπερχειλίσει η δεξαμενή;

Συλλογή προβλημάτων  
που λύνονται με εξισώσεις  
αλλά και με  
πρακτική αριθμητική



**2η Συνάντηση 16-10-2018**

#### **ΠΡΟΒΛΗΜΑ 4**

Δύο ποδηλάτες, ο Α και ο Β, βρίσκονται σε απόσταση 118 km, και κινούνται ο καθένας με κατεύθυνση προς τον άλλο, προκειμένου να συναντηθούν. Ο Β ξεκινάει μια ώρα αργότερα από τον Α. Ο Α διανύει 7 km την ώρα, ενώ ο Β 16 km κάθε τρεις ώρες. Πόσα χιλιόμετρα θα έχει ήδη διατρέξει ο Α, την στιγμή που θα συναντηθούν;

#### **ΠΡΟΒΛΗΜΑ 5**

Ένας μαθητής είχε να λύσει 26 προβλήματα. Ο πατέρας του, του υποσχέθηκε ότι θα του έδινε 800 ευρώ για κάθε πρόβλημα που θα έλυne σωστά, αλλά θα του αφαιρούσε 500 ευρώ για κάθε πρόβλημα που θα έλυne λάθος. Στο τέλος της εργασίας ο πατέρας μέτρησε τα σωστά και τα λανθασμένα προβλήματα και παρατήρησε ότι ο γιος του δεν έπρεπε ούτε να πάρει, ούτε να δώσει χρήματα. Πόσα προβλήματα έλυσε σωστά και πόσα λάθος;

#### **ΠΡΟΒΛΗΜΑ 6**

Ένα γυμνάσιο έχει 350 μαθητές. Η Α' τάξη έχει 20 μαθητές περισσότερους από τη Β' και η Γ' 12 μαθητές λιγότερους από τη Β'. Πόσους μαθητές έχει κάθε τάξη;

### 3η Συνάντηση 30-10-2018

#### ΠΡΟΒΛΗΜΑ 7

Ο Αντώνης αγοράζει 12 κουτιά αναψυκτικό στη λιανική τους τιμή. Στο ταμείο του καταστήματος όμως βλέπει μία διαφήμιση προσφοράς στο συγκεκριμένο αναψυκτικό, η οποία φαίνεται στο σχήμα. Με τα ίδια χρήματα αγοράζει 6 κουτιά επιπλέον. Ποια είναι η λιανική τιμή του αναψυκτικού;



#### ΠΡΟΒΛΗΜΑ 8

Ένα ξενοδοχείο έχει συνολικά 20 δίκλινα και τρίκλινα δωμάτια. Πόσα είναι τα δίκλινα δωμάτια και πόσα τα τρίκλινα αν σε αυτά υπάρχουν συνολικά 48 κρεβάτια;

#### ΠΡΟΒΛΗΜΑ 9

Αγοράζουμε ένα παντελόνι και μία ζώνη. Το παντελόνι κοστίζει 90 € περισσότερο από τη ζώνη. Αγοράζουμε, κατόπιν, ένα σακκάκι, 40 € πιο ακριβό από όσο κόστισαν τα παραπάνω. Όλα μαζί κόστισαν 280 €. Πόσο κόστισε το καθένα;

#### ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10

(Ο γεροπαράξενος κληροδότης)

Πεθαίνοντας κάποιος όρισε στη διαθήκη του τα εξής: Αν η έγκυος γυναίκα του γεννούσε γιο, τότε αυτή θα κληρονομούσε το  $\frac{1}{3}$  της περιουσίας και ο γιος τα  $\frac{2}{3}$ . Αν γεννούσε κόρη, τότε η γυναίκα θα κληρονομούσε τα  $\frac{2}{3}$  της περιουσίας και η κόρη το  $\frac{1}{3}$ . Η γυναίκα γέννησε δίδυμα μετά το θάνατο του συζύγου, ένα αγόρι και ένα κορίτσι. Πως θα διανεμηθεί η περιουσία του πατέρα;

## Θέματα μαθηματικών Διαγωνισμών

### ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup>

Ποιον αριθμό θα βάλουμε στο κουτάκι , ώστε να είναι σωστή η παρακάτω ισότητα ;

$$(11 + 3) \cdot (\square + 2) = 196$$

A. 97

B. 49

Γ. 29

Δ. 12

Ε. Τίποτα από τα παραπάνω.

### ΘΕΜΑ 5<sup>ο</sup>

Στη διπλανή αφαίρεση ενός μονοψήφιου από ένα διψήφιο αριθμό τα γράμματα Γ και Δ παριστάνουν δύο διαφορετικά ψηφία. Πόσο είναι το άθροισμα Γ + Δ των ψηφίων Γ και Δ ;

A. 9

B. 4

Γ. 7

Δ. 11

Ε. Τίποτα από τα παραπάνω.

$$\begin{array}{r} \Gamma \Delta \\ - 8 \\ \hline 2 \Gamma \end{array}$$

### ΘΕΜΑ 6<sup>ο</sup>

Στη διπλανή πρόσθεση τα γράμματα Α και Β παριστάνουν δύο διαφορετικά ψηφία. Με πόσους τρόπους μπορούμε να αντικαταστήσουμε τα γράμματα με ψηφία , ώστε η πράξη να είναι σωστή ;

A. 4

B. 5

Γ. 3

Δ. 1

Ε. Τίποτα από τα παραπάνω.

$$\begin{array}{r} A B \\ + B A \\ \hline \Gamma A \Gamma \end{array}$$

### ΘΕΜΑ 14<sup>ο</sup>

Πόσο είναι το  $\frac{1}{3}$  των  $\frac{2}{5}$  του αριθμού 300 ;

A. 30

B. 40

Γ. 50

Δ. 60

Ε. Τίποτα από τα παραπάνω.

### ΘΕΜΑ 15<sup>ο</sup>

Ποιο είναι το αποτέλεσμα που θα βρούμε , αν κάνουμε τις παρακάτω πράξεις ;

$$\frac{2003}{2007} + \frac{3}{2008} - \frac{3}{2007} + \frac{2005}{2008} + \frac{7}{2007}$$

A. 2

B. 0

Γ. 3

Δ. 1

Ε. Τίποτα από τα παραπάνω.

### ΘΕΜΑ 16<sup>ο</sup>

Αν ένας αριθμός ήταν μεγαλύτερος κατά 20 , τότε τα  $\frac{2}{5}$  του αριθμού αυτού θα ήταν ίσο με 200. Ποιος είναι ο αριθμός αυτός ;

A. 380

B. 500

Γ. 480

Δ. 600

Ε. Τίποτα από τα παραπάνω.

### ΘΕΜΑ 21<sup>ο</sup>

Πόσα ψηφία έχει ο μικρότερος φυσικός αριθμός, του οποίου το άθροισμα των ψηφίων είναι ίσο με 2010 ;

A. 121

B. 421

Γ. 224

Δ. 321

Ε. Τίποτα από τα παραπάνω

4η Συνάντηση 6-11-2018

### Θέματα μαθηματικών Διαγωνισμών

#### ΘΕΜΑ 22<sup>ο</sup>

Ποιο είναι το πρώτο από αριστερά ψηφίο του μικρότερου φυσικού αριθμού, του οποίου το άθροισμα των ψηφίων είναι 2009;

- A. 1      B. 4      Γ. 3      Δ. 2      E. Τίποτα από τα παραπάνω

#### ΘΕΜΑ 29<sup>ο</sup>

Το γινόμενο τριών διαδοχικών φυσικών αριθμών είναι 15600. Πόσο είναι το άθροισμα των ψηφίων του μικρότερου από τους τρεις αυτούς αριθμούς;

- A. 5      B. 6      Γ. 7      Δ. 8      E. Τίποτα από τα παραπάνω

#### ΘΕΜΑ 37<sup>ο</sup>

Να βρείτε τη διαφορά στη διπλανή αφαίρεση, αν ο μειωτέος είναι ένας τετραψήφιος αριθμός που είναι πολλαπλάσιο του 9. Δυστυχώς το ψηφίο των μονάδων που είναι σημειωμένο με το γράμμα Α έχει σβηστεί!!!

$$\begin{array}{r} 1\ 3\ 2\ A \\ -\ 3\ 8\ 5 \\ \hline * * * * \end{array}$$

- A. 835      B. 842      Γ. 990      Δ. 938      E. Τίποτα από τα παραπάνω.

#### ΘΕΜΑ 39<sup>ο</sup>

Η δασκάλα είπε στους μαθητές της :

«Φέτος η ηλικία μου είναι πολλαπλάσιο του 7 ενώ του χρόνου θα είναι πολλαπλάσιο του 9. Πόσο είναι το άθροισμα των ψηφίων του αριθμού που δείχνει την ηλικία μου ;»

- A. 8      B. 9      Γ. 10      Δ. 11      E. Τίποτα από τα παραπάνω.

#### ΘΕΜΑ 45<sup>ο</sup>

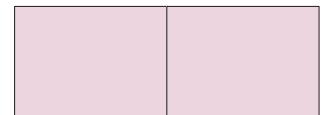
Στη διπλανή πρόσθεση τα γράμματα παριστάνουν διαφορετικά μεταξύ τους ψηφία. Ποιο ψηφίο παριστάνει το γράμμα Δ ;

$$\begin{array}{r} A\ A\ A \\ +\ B\ B\ B \\ \hline \Delta\ \Delta\ \Delta\ \Gamma \end{array}$$

- A. 2      B. 4      Γ. 1      Δ. 3      E. Τίποτα από τα παραπάνω.

#### ΘΕΜΑ 52<sup>ο</sup>

Στο σχήμα βλέπετε δύο τετράγωνα που το καθένα έχει περίμετρο 28 εκ. Να βρείτε το εμβαδόν του ορθογωνίου που σχηματίζουν τα δύο αυτά τετράγωνα.



- A. 56      B. 90      Γ. 98      Δ. 100      E. Τίποτα από τα παραπάνω.

#### ΘΕΜΑ 60<sup>ο</sup>

Ένα τετράγωνο Α έχει περίμετρο 24. Ένα άλλο τετράγωνο Β έχει εμβαδόν ίσο με το  $\frac{1}{4}$  του εμβαδού του τετραγώνου Α. Πόση είναι η περίμετρος του τετραγώνου Β ;



- A. 10      B. 12      Γ. 20      Δ. 28      E. Τίποτα από τα παραπάνω.

5η Συνάντηση 13-11-2018

Προβλήματα εξισώσεων και πρακτικής αριθμητικής

**ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11**

Μια φορά περνούσανε τρεις από έναν τόπο που ήταν μια μηλιά φορτωμένη με μήλα. Κόβει ο ένας το ένα τρίτο των μήλων. Απ' όσα μείνανε κόβει ο δεύτερος το ένα τρίτο. Και απ' όσα μείνανε κόβει ο τρίτος το ένα τρίτο. Όσα μείνανε τελικά τα μοιράσανε με τέτοιο τρόπο που και οι τρεις πήρανε τον ίδιο αριθμό μήλων συνολικά. Πόσα μήλα είχε η μηλιά και πόσα πήρε ο καθένας; Να βρεθεί ο μικρότερος δυνατός αριθμός μήλων.

**ΠΡΟΒΛΗΜΑ 12**

Στην λαϊκή του Αιγάλεω ο Χρήστος πουλάει αυγά. Το πρώτο Σάββατο πούλησε τα μισά του αυγά και μισό αυγό χωρίς να σπάσει κανένα!!!!. Το δεύτερο Σάββατο πούλησε απ' όσα του είχαν απομείνει τα μισά και μισό αυγό χωρίς πάλι να σπάσει κανένα!!!! Το τρίτο Σάββατο πούλησε απ' όσα του είχαν απομείνει τα μισά και μισό αυγό χωρίς πάλι να σπάσει κανένα!!!! Στο τέλος αγόρασα και έγω το τελευταίο του αυγό. Πόσα αυγά είχε συνολικά.

**ΠΡΟΒΛΗΜΑ 13**

Ο μαθηματικός Διόφαντος διατύπωσε τον παρακάτω διάλογο πρόβλημα «Ευτυχισμένε Πυθαγόρα, Ελικώνιε απόγονε των Μουσών, πές μου σε παρακαλώ πόσοι φοιτούν στην σχολή σου;» Βεβαίως θα σου πώ Πολυκράτη. Οι μισοί ασχολούνται με τα ωραία μαθηματικά, το ένα τέταρτο εξάλλου καταπιάνεται με την έρευνα της αθάνατης φύσης, ενώ το ένα έβδομο παραμένει τελείως αμίλητο και σκέφτεται παραμύθια. Υπάρχουν ακόμα και τρεις γυναίκες από τις οποίες ξεχωρίζει η Θεανώ. Να βρείτε τον αριθμό των μαθητών του Πυθαγόρα.

**6η Συνάντηση 20-11-2018**

**ΠΡΟΒΛΗΜΑ 14**

Αν οι μαθητές μιας τάξης καθίσουν ανά δύο στα θρανία, τότε μένουν όρθιοι 4 μαθητές. Αν όμως καθίσουν ανά τρεις, τότε μένουν κενά 3 θρανία. Πόσοι είναι οι μαθητές και πόσα τα θρανία;

**ΠΡΟΒΛΗΜΑ 15**

Ένα ξενοδοχείο έχει συνολικά 20 δίκλινα και τρίκλινα δωμάτια. Πόσα είναι τα δίκλινα δωμάτια και πόσα τα τρίκλινα αν σε αυτά υπάρχουν συνολικά 48 κρεβάτια;

**ΠΡΟΒΛΗΜΑ 16**

Αγοράζουμε ένα παντελόνι και μία ζώνη. Το παντελόνι κοστίζει 90 € περισσότερο από τη ζώνη. Αγοράζουμε, κατόπιν, ένα σακκάκι, 40 € πιο ακριβό από όσο κόστισαν τα παραπάνω. Όλα μαζί κόστισαν 280 €. Πόσο κόστισε το καθένα;

## Θέματα Μαθηματικού Διαγωνισμού Καγκουρό

20) Έστω  $\overline{KL}$  και  $\overline{MM}$  δύο διψήφιοι αριθμοί όπου τα ψηφία  $K, \Lambda, M$  είναι διαφορετικά ανά δύο. Να βρεθούν οι  $K\Lambda M$  αν το άθροισμα  $\overline{KL} + \overline{MM}$  είναι το μέγιστο δυνατό.

- A) 198      B) 186      Γ) 187      Δ) 174      Ε) 197

22) Σε μια παρέα φίλων τα κορίτσια είναι περισσότερα από 45% της παρέας και λιγότερο από 50%. Ποιος είναι ο μικρότερος δυνατός αριθμός από κορίτσια στην παρέα;

- A) 3      B) 4      Γ) 5      Δ) 6      Ε) 7

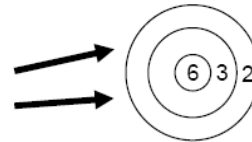
23) Ένα παιδί λέει πάντα την αλήθεια κάθε Πέμπτη και κάθε Παρασκευή, λέει πάντα ψέματα τις Τρίτες και τις υπόλοιπες μέρες πότε λέει αλήθεια και πότε ψέματα, στην τύχη. Κατά τη διάρκεια επτά διαδοχικών ημερών ρωτήθηκε πως τον λένε. Τις πρώτες έξι μέρες έδωσε τις ακόλουθες απαντήσεις (με αυτή τη σειρά): Γιάννης, Βασίλης, Γιάννης, Βασίλης, Πέτρος, Βασίλης. Τι απάντησε την έβδομη μέρα;

- A) Γιάννης      B) Βασίλης      Γ) Πέτρος      Δ) Κατερίνα      Ε) άλλη απάντηση

24) Η Ελένη και ο Πέτρος πήγαν εκδρομή στα βουνά. Στην αρχή της διαδρομής τους είδαν μια πινακίδα που έλεγε ότι το τέλος της διαδρομής τους απέχει 2 ώρες και 55 λεπτά με τα πόδια, αν περπατάει κανείς με κανονική ταχύτητα. Ξεκίνησαν την διαδρομή του ακριβώς στις 12 το μεσημέρι, αλλά περπατούσαν λίγο πιο γρήγορα από κανονικά. Στις 1 μμ σταμάτησαν σε μια νέα πινακίδα που έλεγε ότι το τέλος της διαδρομής τους απέχει 1 ώρα και 15 λεπτά αν περπατάει κανείς κανονικά. Αφού ξεκουράστηκαν σε αυτό το σημείο για 15 λεπτά της ώρας, συνέχισαν να περπατάνε με τον ίδιο ρυθμό που περπατούσαν όλη την ώρα. Τι ώρα θα φτάσουν στον προορισμό τους;

- A) στις 2:30 μμ      B) στις 2:00 μμ      Γ) στις 2:55 μμ      Δ) στις 3:10 μμ      Ε) στις 3:20 μμ

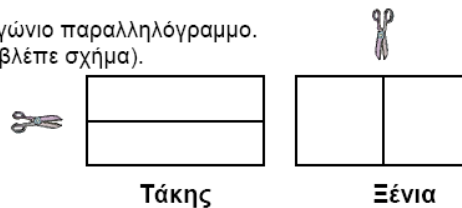
6) Η Γιάννα ρίχνει δύο βελάκια στον στόχο και μαζεύει πόντους. Ο στόχος φαίνεται στο σχήμα. Αν ένα βελάκι αστοχήσει, δεν παίρνει κανένα πόντο. Πόσα διαφορετικά αποτελέσματα συνολικών πόντων είναι πιθανά;



- A) 4      B) 6      Γ) 8      Δ) 9      Ε) 10

8) Ο Τάκης και η Ξένια είχαν από ένα ολόιδιο χαρτονένιο ορθογώνιο παραλληλόγραμμο. Ο Τάκης χώρισε το δικό του στα δύο με μια οριζόντια ψαλιδιά (βλέπε σχήμα).

Η Ξένια το χώρισε στα δύο με μια κάθετη ψαλιδιά, και η περίμετρος του κάθε κομματιού της Ξένιας είναι 40 cm. Ποιά ήταν η περίμετρος καθενός από τα ολόιδια αρχικά ορθογώνια;



- A) 40 cm      B) 50 cm      Γ) 60 cm      Δ) 80 cm      Ε) 90 cm

10) Στο πρώτο του διαγώνισμα Μαθηματικών ο Νίκος απάντησε μόνο μια ερώτηση από τις 5. Στα υπόλοιπα διαγωνίσματα απάντησε και στις 5 ερωτήσεις. Στο τέλος υπολόγισε ότι κατά μέσο όρο στα διαγωνίσματα είχε απαντήσει σε 4 ερωτήσεις από τις 5. Πόσα ήταν όλα τα διαγωνίσματα;

- A) 2      B) 3      Γ) 4      Δ) 5      Ε) 6



7η Συνάντηση 20-11-2018

### Θέματα Μαθηματικού Διαγωνισμού Καγκουρό

16. Ο Paul ήθελε να πολλαπλασιάσει ένα ακέραιο με το 301, αλλά ξέχασε το μηδέν και πολλαπλασίασε με 31. Το αποτέλεσμα που βρήκε ήταν 372. Ποιο αποτέλεσμα θα έβρισκε αν δεν έκανε το λάθος;

- (A) 3010      (B) 3612      (C) 3702      (D) 3720      (E) 30 720

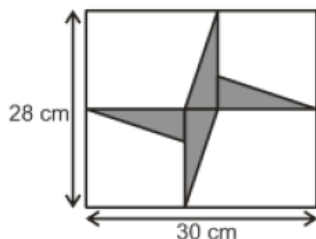
17. Σε ένα τουρνουά η FC Barcelona σκόραρε τρία γκολ και είχε ένα γκολ εναντίο της. Κέρδισε ένα αγώνα, είχε μια ισοπαλία και έχασε ένα αγώνα. Ποιο ήταν το αποτέλεσμα του αγώνα που κέρδισε η FC Barcelona;

- (A) 2:0      (B) 3:0      (C) 1:0      (D) 4:1      (E) 0:1

18. Δίδονται τρία σημεία που σχηματίζουν ένα τρίγωνο. Θέλουμε να προσθέσουμε ένα σημείο για να σχηματίσουμε ένα παραλληλόγραμμο. Πόσες πιθανότητες υπάρχουν για το τέταρτο σημείο;

- (A) 1      (B) 2      (C) 3      (D) 4      (E) Εξαρτάται από το αρχικό τρίγωνο

23. Υπάρχουν τέσσερα ίδια ορθογώνια τρίγωνα μέσα στο ορθογώνιο, όπως φαίνεται στην εικόνα. Να βρεθεί το ολικό εμβαδό των τεσσάρων τριγώνων. Οι κάθετες πλευρές των τριγώνων είναι παράλληλες με τις πλευρές του ορθογωνίου.



- (A)  $46 \text{ cm}^2$       (B)  $52 \text{ cm}^2$       (C)  $54 \text{ cm}^2$       (D)  $56 \text{ cm}^2$       (E)  $64 \text{ cm}^2$

24. Ο Alex λέει ότι ο Pelle λέει ψέματα. Ο Pelle λέει ότι ο Mark λέει ψέματα. Ο Mark λέει ότι ο Pelle λέει ψέματα. Ο Tony λέει ότι ο Alex λέει ψέματα. Πόσοι λένε ψέματα;

- (A) 0      (B) 1      (C) 2      (D) 3      (E) 4

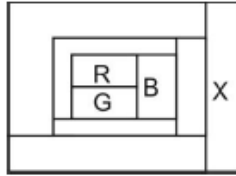
29. Δίδονται τέσσερεις θετικοί αριθμοί  $a, b, c$  και  $d$ , ώστε  $a < b < c < d$ . Σου ζητείται να αυξήσεις τον ένα κατά 1 μονάδα έτσι ώστε, μετά την αύξηση, το γινόμενο των τεσσάρων αριθμών είναι το μικρότερο δυνατό. Ποιόν πρέπει να αυξήσεις;

- (A)  $a$       (B)  $b$       (C)  $c$       (D)  $d$       (E) either  $b$  or  $c$

12) Η Μαρία έχει 9 πετράδια που ζυγίζουν 1 g, 2 g, 3 g, 4 g, 5 g, 6 g, 7 g, 8 g και 9 g. Φτιάχνει τέσσερα δακτυλίδια με δύο πετράδια στο καθένα. Το βάρος (μάζα) των πετραδιών στα τέσσερα δακτυλίδια είναι 17 g, 13 g, 7 g και 5 g. Ποιο είναι το βάρος του πετραδιού που έχει απομείνει;

- (A) 1 g      (B) 2 g      (C) 3 g      (D) 4 g      (E) 5 g

14) Η κάθε περιοχή στο πιο κάτω σχήμα θα χρωματιστεί με ένα από τα τέσσερα χρώματα: κόκκινο (Κ), πράσινο (Π), μπλε (Μ), κίτρινο (Ι). Δύο περιοχές που ακουμπούν πρέπει να έχουν διαφορετικό χρώμα. Το χρώμα της περιοχής Χ είναι:

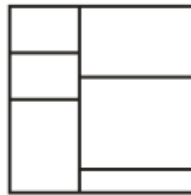


- (Α) κόκκινο      (Β) μπλε      (C) πράσινο      (D) κίτρινο      (Ε) δεν μπορεί να καθοριστεί

15) Οι βαθμοί ενός μαθητή είναι: 17, 13, 5, 10, 14, 9, 12, 16. Ποιοι δύο αριθμοί μπορούν να αφαιρεθούν, χωρίς να αλλάξει ο μέσος όρος;

- (Α) 12 και 17      (Β) 5 και 17      (C) 9 και 16      (D) 10 και 12      (Ε) 14 και 10

16) Ένα τετράγωνο κομμάτι χαρτί κόβεται σε έξι ορθογώνια κομμάτια. Το συνολικό μήκος της περιμέτρου και των έξι ορθογώνιων κομματιών είναι 120 cm. Να βρείτε το εμβαδόν του τετράγωνου χαρτιού.



- (Α)  $48 \text{ cm}^2$       (Β)  $64 \text{ cm}^2$       (C)  $110,25 \text{ cm}^2$       (D)  $144 \text{ cm}^2$       (Ε)  $256 \text{ cm}^2$

18) Η Λίνα σχεδίασε ένα ευθύγραμμο τμήμα ΔΕ μήκους 2 μονάδων σε ένα κομμάτι χαρτί. Πόσα διαφορετικά σημεία Ζ μπορεί να σχεδιάσει, ώστε το τρίγωνο ΔΕΖ να είναι ορθογώνιο τρίγωνο με εμβαδόν 1 τ.μ.;

- (Α) 2      (Β) 4      (C) 6      (D) 8      (Ε) 10

ΣΥΜΠΛΗΡΩΣΗ: Να σχεδιαστούν τα τρίγωνα. Ζητάμε τον προσδιορισμό στο επίπεδο (κομμάτι χαρτί) των σημείων Ζ.

19) Ο θετικός αριθμός  $a$  είναι μικρότερος από το 1, και ο αριθμός  $b$  είναι μεγαλύτερος από το 1. Ποιος από τους ακόλουθους αριθμούς έχει τη μεγαλύτερη τιμή;

- (Α)  $a \cdot b$       (Β)  $a + b$       (C)  $a : b$       (D)  $b$       (Ε) Η απάντηση εξαρτάται από τα  $a$  και  $b$ .

ΠΡΟΕ-

ΚΤΑΣΗ: Ζητάμε εξήγηση.

21) Ο πενταψήφιος αριθμός  $24X8Y$  διαιρείται με το 4, το 5 και το 9. Ποιο είναι το άθροισμα των ψηφίων Χ και Υ;

- (Α) 13      (Β) 10      (C) 9      (D) 5      (Ε) 4

## 8-9η Συνάντηση 4-12-2018, 11-12-2018

### Master Mind

Το Master Mind είναι ένα απλούστατο, έξυπνο και διασκεδαστικό μαθηματικό παιχνίδι. Παίζεται από δύο παίκτες. Χρειάζεται απλά ένα κομμάτι χαρτί και ένα στυλό για τον καθένα. Στηρίζεται στην αρχή του αποκλεισμού περιπτώσεων και βοηθά στην ανάπτυξη συνδυαστικής σκέψης.

Χωρίζουμε το χαρτί σε τέσσερις στήλες. Κάθε παίκτης γράφει κρυφά από τον αντίπαλο έναν τετραψήφιο αριθμό στην πρώτη του στήλη (σχήμα 1). Το πρώτο ψηφίο δεν μπορεί να είναι το 0. Επίσης απαγορεύεται να χρησιμοποιηθεί διπλή φορά το ίδιο ψηφίο. Π.χ. δεκτός αριθμός είναι ο 2509 ή ο 6791, ενώ λάθος είναι ο 0134 ή ο 9869.

Για να μην υπάρχει υποψία ότι κάποιος παίκτης αλλάζει τον αρχικό αριθμό στη διάρκεια του παιχνιδιού, μπορούν οι παίκτες (κατόπιν συμφωνίας) να γράψουν τους αριθμούς που σκέφτηκαν και να τους φυλάξουν σε ένα χαρτί που θα ανοιχτεί για έλεγχο στο τέλος του παιχνιδιού. Αυτόν τον αριθμό του αντιπάλου βάζει στόχο να βρει πρώτος ο κάθε παίκτης.

Οι παίκτες παίζουν εναλλάξ. Ο παίκτης που έχει σειρά να παίξει λέει έναν τετραψήφιο αριθμό στον αντίπαλο αριθμό και τον γράφει στην τρίτη του στήλη. Ο αντίπαλος παίκτης του απαντάει τη βαθμολογία του και παίζει με τη σειρά του. Το παιχνίδι τελειώνει με νίκη ενός παίκτη όταν αυτός "ανακαλύψει" σε λιγότερους γύρους τον αριθμό του άλλου. Αν οι δύο παίκτες χρειαστούν τους ίδιους γύρους, το παιχνίδι είναι ισόπαλο.

Κάθε προσπάθεια βαθμολογείται με τελεία • αν ο παίκτης δηλώσει σωστό αριθμό, αλλά σε λάθος θέση και με τετράγωνο □, αν δηλώσει σωστό αριθμό και σε σωστή θέση. Π.χ. αν ο ένας παίκτης έχει γράψει τον αριθμό 1568 και ο άλλος δηλώσει 3405 θα βαθμολογηθεί με μία τελεία (για το 5), ενώ αν δηλώσει 1580 θα βαθμολογηθεί με δύο τετράγωνα (για το 1 και το 5) και μία τελεία (για το 8).

Κάθε παίκτης σημειώνει τη βαθμολογία που πήρε στην τέταρτη στήλη, δίπλα από τον αριθμό που πρότεινε. Συνεχίζει έτσι διαδοχικά, ώστε συνδυάζοντας τις πληροφορίες που του δίνει η βαθμολογία, να ανακαλύψει τον αριθμό του αντιπάλου. Επίσης κάθε παίκτης σημειώνει κάτω από τον αριθμό του (στην πρώτη στήλη) τους αριθμούς που προτείνει ο αντίπαλος. Συγκρίνοντας τους με το δικό του αριθμό του απαντά τη βαθμολογία του και τη σημειώνει και αυτός στη δεύτερη του στήλη. Αυτή η ενέργεια είναι απαραίτητη, ώστε να μπορεί να γίνει σύγκριση και επαλήθευση των δηλώσεων των δύο παικτών, αν σε κάποια στιγμή υπάρξει αμφισβήτηση για προηγούμενες δηλώσεις και βαθμολογίες.

Δικός μου αριθμός		Αριθμός αντιπάλου	
Βαθμοί	Βαθμοί	Βαθμοί	Βαθμοί
3258			
○			
○			
○			

ΣΧΗΜΑ 1

**ΣΧΟΛΙΑ:**

Χρειάζεται ιδιαίτερη προσοχή, ώστε η βαθμολογία να αποδίδεται σωστά. Μία λανθασμένη βαθμολογία οδηγεί τον αντίπαλο σε λανθασμένους συλλογισμούς. Γι' αυτό όποιος παίκτης δώσει λανθασμένη βαθμολογία σε κάποιο βήμα του παιχνιδιού χάνει το παιχνίδι. Αν δώσουν και οι δύο ακυρώνεται το παιχνίδι.

Το παιχνίδι έχει απλούστατες οδηγίες και κανόνες. Είναι όμως μία εξαιρετική πνευματική άσκηση. Χρειάζεται συνδυαστική σκέψη, ώστε να αξιοποιούνται όλες οι προηγούμενες βαθμολογίες. Κλειδί του παιχνιδιού είναι η τεχνική της απόρριψης περιπτώσεων. Π.χ. αν δηλώσουμε τον αριθμό 1356 και βαθμολογηθούμε με τέσσερις τελείες ξέρουμε ότι οι τέσσερις αριθμοί του αντιπάλου είναι αυτοί οι τέσσερις, αλλά σε άλλη θέση.

Επίσης αν πάρουμε για τις δηλώσεις 4509 και 1236 συνολικά τέσσερα τετράγωνα ή τελείες, ξέρουμε ότι από αυτούς τους οκτώ αριθμούς "παίζουν" τέσσερις, άρα οι δύο αριθμοί 7, 8 (που δεν έχουν δηλωθεί) δεν παίζουν.

Οι τεχνικές είναι πολλές. Όσο προχωρά το παιχνίδι, τόσο οι βαθμολογίες περιορίζουν τις δυνατές περιπτώσεις, ώστε συνήθως σε 6 - 8 προσπάθειες το παιχνίδι να τελειώνει.

**ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ:**

Στο παρακάτω σχήμα 2 βλέπουμε πως έχει διαμορφωθεί το παιχνίδι μετά από τρία βήματα κάθε παίκτη. Ο πρώτος παίκτης έχει γράψει δικό του αριθμό το 6358, τον οποίο προσπαθεί να βρει ο δεύτερος. Κάθε πρότασή του ο δεύτερος τη γράφει στην τρίτη στήλη του και δίπλα (στην τέταρτη) γράφει τη βαθμολογία. Την ίδια διαδικασία ακολουθεί και ο πρώτος, προσπαθώντας να βρει τον αριθμό 3258, που έχει γράψει ο δεύτερος...

	ΠΡΩΤΟΣ ΠΑΙΚΤΗΣ		ΔΕΥΤΕΡΟΣ ΠΑΙΚΤΗΣ	
○	6358	7061	3258	2345 □ •
	2345 □ •	4359 □ •	7061	7809 •
	7809 •	3925 □ • •	4359 □ •	5398 □ □ •
○	5398 □ □ •		3925 □ • •	
○				

ΣΧΗΜΑ 2

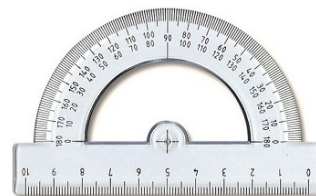
**10η-11η Συνάντηση 15-1-2019, 22-1-2019**

Πειράματα στο Πυθαγόρειο Θεώρημα με το ΕΚΦΕ Κέρκυρας

12η Συνάντηση 29-1-2019

Διδασκαλικές παραξενιές.

Κανείς δεν ξέρει τι παραξενιά έπιασε τον καθηγητή μας των Μαθηματικών στην Α' Γυμνασίου. Μας ζήτησε να μετρήσουμε κάποιες γωνίες, αλλά μας επέβαλε και κάποιους παράξενους κανόνες. Σε κάθε σχήμα επιτρέπεται μόνο μια φορά η χρήση του μοιρογνωμονίου. Κάθε επόμενη φορά που θα το χρησιμοποιούμε θα αφαιρείται μία ολόκληρη μονάδα. Αν είναι δυνατόν!



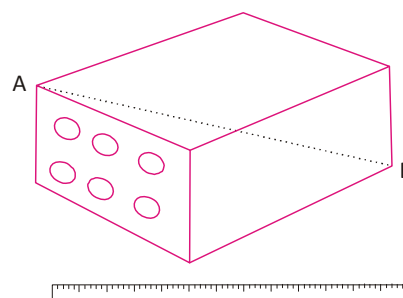
Υπολογίστε τις γωνίες των παρακάτω σχημάτων.

Είναι δυνατόν να μην χάσουν μονάδες οι μαθητές από "άσκοπη χρήση μοιρογνωμονίου";

Διαγώνιες μετρήσεις

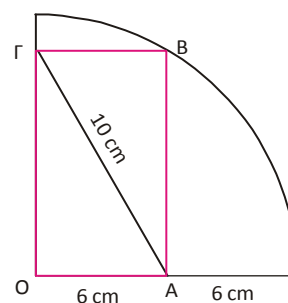
- α. Πώς μπορείτε να μετρήσετε τη διαγώνιο AB σε ένα συμπαγές ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο με τη βοήθεια μόνο ενός χάρακα;
- β. Αν έχετε δικαίωμα να χρησιμοποιήσετε μόνο μια φορά το χάρακα, μπορείτε να μετρήσετε την AB;

Brian Bolt, Μαθηματικές Σπαζοκεφαλιές, εκδ. Κάτοπτρο



Σχεδιάστε το, αν μπορείτε

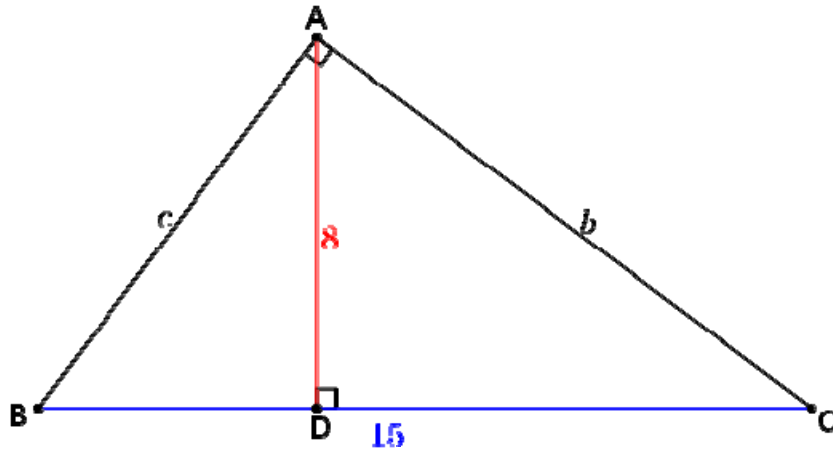
Προσπαθήστε να σχεδιάσετε το διπλανό σχήμα σε κλίμακα 1:1, δηλαδή τα τμήματα να έχουν τα μήκη που αναγράφονται δίπλα. Κατόπιν, υπολογίστε την πλευρά AB του ορθογώνιου OABΓ.



13η Συνάντηση 5-2-2019

## Η αξία του σχήματος!

Εύκολο φαίνεται



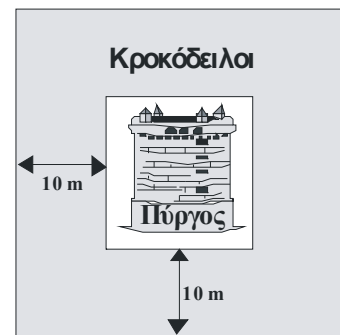
Μπορείτε να βρείτε το εμβαδό του τριγώνου ABC; Κατόπιν προσπαθήστε να το σχεδιάσετε.

### Παμπόνηρος ιππότης

Είστε ιππότης στο Μεσαίωνα! Σας κυνηγούν οι εχθροί και φτάνετε μπροστά στην τάφρο του σχήματος πλάτους δέκα μέτρων. Διαθέτετε δύο σανίδες μήκους 10 μέτρων η κάθε μία. Πώς θα περάσετε απέναντι;

Διηγείσθε την περιπέτειά σας στους άλλους ζηλιάρηδες ιππότες στο δείπνο. Κάποιοι ισχυρίζονται ότι είστε ψεύτης, γιατί, ότι και να κάνατε, δεν ήταν κατορθωτό να περάσετε απέναντι.

Για να μην αναγκαστείτε να μονομαχήσετε, αποδείξτε, με μαθηματικά, ότι λέτε την αλήθεια.



### Όταν πηγαίναμε μαζί σχολείο

Ο Γιάννης μένει σε απόσταση ενός χιλιομέτρου από το σχολείο, ενώ η Ελένη σε απόσταση δυόμιση χιλιομέτρων. Μπορείτε να βρείτε πόσο απέχουν τα σπίτια τους; Κάντε πρόχειρο σχήμα, για να εξηγήσετε την απάντησή σας.

Freudenthal Institute, Utrecht University

14η Συνάντηση 19-2-2019

## Ανάλογα ποσά

### Μετρώντας δυσπρόσιτα ύψη.

Θέλουμε να μετρήσουμε το ύψος ενός μνημείου ή ενός κτηρίου, όπως π.χ. το άγαλμα του Αχιλλέα στο Αχίλλειο της Κέρκυρας.

Ο καθηγητής μας ισχυρίζεται ότι δεν χρειαζόμαστε σκαλωσιές ή γερανούς, μετροταινίες κ.λπ. απλά μάς χρειάζεται μια ψηφιακή φωτογραφική μηχανή, ένας καλός εκτυπωτής, ένας χάρακας και ... να έχουμε πρόσφατα μετρήσει το ύψος μας! Πώς μπορεί να γίνει ο υπολογισμός;



### Cheesecake

Σε ένα περιοδικό βρήκαμε την παρακάτω συνταγή για Cheesecake για 6 άτομα.



450 gr μπισκότα κανέλας θρυμματισμένα  
150 gr βούτυρο  
30 gr μαύρη ζάχαρη  
300 gr ζάχαρη άχνη  
6 κρόκους αυγού  
600 gr τυρί κρέμα ή mascarpone  
300 gr γιαούρτι  
600 gr κρέμα γάλακτος  
3 φύλλα ζελατίνης  
480 gr φράουλες φρέσκιες

Συμπληρώστε στον παρακάτω πίνακα τις ποσότητες υλικών για να φτιάξουμε το ίδιο γλυκό για 4, 8 και 12 άτομα.

Υλικά	4 άτομα	6 άτομα	8 άτομα	12 άτομα
Μπισκότα κανέλας θρυμματισμένα		450 gr		
Βούτυρο		150 gr		
Μαύρη ζάχαρη		30 gr		
Ζάχαρη άχνη		300 gr		
Κρόκοι αυγού		6 τεμ.		
Τυρί κρέμα ή mascarpone		600 gr		
Γιαούρτι		300 gr		
Κρέμα γάλακτος		600 gr		
Φύλλα ζελατίνης		3 τεμ.		
Φράουλες		480 gr		



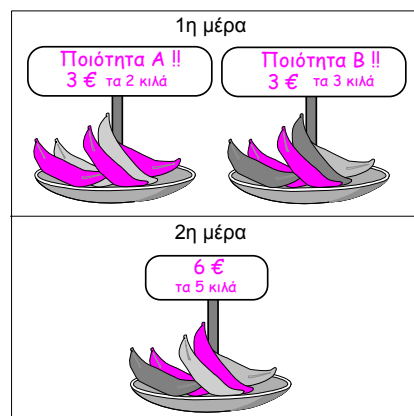
## 15η Συνάντηση 26-2-2019

### Πώς τρελάθηκε ο μανάβης!

Ένας μανάβης πουλάει μπανάνες στη λαϊκή αγορά. Την πρώτη μέρα πουλάει 30 κιλά Α' ποιότητας σε σακούλες των δύο κιλών προς 3 € και 30 κιλά Β' ποιότητας σε σακούλες των τριών κιλών επίσης προς 3 €.

Τη δεύτερη μέρα αποφάσισε να συσκευάσει ανακατεμένα 30 κιλά από κάθε ποιότητα σε σακούλες των πέντε κιλών και να τις πουλά προς 6 €. Πουλάει και πάλι και τα 60 κιλά, αλλά όταν μέτρησε τα χρήματα που εισέπραξε, βρέθηκε μπροστά σε μία δυσάρεστη έκπληξη.

- Υπολογίστε το ποσό που εισέπραξε ο μανάβης από την πώληση και των 60 κιλών την πρώτη μέρα.
- Υπολογίστε τα χρήματα που εισέπραξε ο μανάβης τη δεύτερη μέρα. Τι παρατηρείτε; Μπορείτε να ερμηνεύσετε αυτήν την παρατήρησή σας ;



Το πρόβλημα βασίζεται σε ένα σχετικό πρόβλημα από το βιβλίο του Martin Gardner: “Η μαγεία των παραδόξων”, εκδόσεις Τροχαλία.

### Κι άλλος τρελός μανάβης!

Ο μανάβης παρέλαβε 30 πεπόνια πρώτης ποιότητας που πρέπει να τα πουλήσει προς 1 δηνάριο τα δύο και να εισπράξει 15 δηνάρια και 30 πεπόνια δεύτερης ποιότητας που πρέπει να τα πουλήσει προς 1 δηνάριο τα τρία και να εισπράξει 10 δηνάρια, άρα συνολικά θα εισπράξει 25 δηνάρια.

Σκέφτεται ότι αν πουλήσει πρώτα τα φτηνά, μπορεί να του μείνουν τα ακριβά, ενώ αν προσπαθήσει να πουλήσει τα ακριβά, μπορεί να χάσει τους πελάτες του. Γι' αυτό τα ανακατεύει και τα πουλά προς 2 δηνάρια τα πέντε. Τότε όμως φτιάχνει 12 πεντάδες με τα 60 πεπόνια και εισπράττει  $12 \cdot 2 = 24$  δηνάρια. Πού χάθηκε το ένα δηνάριο;



16η-17η-18η Συνάντηση Μάρτιος 2019

Προετοιμασία και εκτέλεση Πειράματος Ερατοσθένη

# Το πείραμα του Ερατοσθένη

## ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ



Όνοματεπώνυμο : .....

Ημερομηνία : .....

πειραματίσου και θα δεις...

### Το ερώτημα

Μπορείς να υπολογίσεις το μήκος της περιφέρειας της Γης, από την αυλή του σχολείου σου, χωρίς να χρειαστεί να ταξιδέψεις;

### η υπόθεση

ΝΑΙ, μπορώ

ΟΧΙ, δεν μπορώ

### τα εργαλεία :



ράβδος με μήκος μέχρι 1 μέτρο



νήμα της στάθμης



ρολόι



χάρακας



μολύβι και χαρτί



μοιρογνωμόνιο

### η μέθοδος

#### Βήμα 1<sup>ο</sup> (στην τάξη)

Στη διεύθυνση <http://bit.ly/2g9Q60Q> θα βρεις την απόσταση του σχολείου σου από τον Ισημερινό. Γράψε την απόσταση στον Πίνακα Μετρήσεων.

#### Βήμα 2<sup>ο</sup> (στην τάξη)

Στη διεύθυνση <http://bit.ly/2nSFuUQ> θα βρεις την ώρα που μεσουραίνει ο ήλιος τη μέρα της Ισημερίας (ηλιακό μεσημέρι). Γράψε την ώρα στον Πίνακα Μετρήσεων.

#### Βήμα 3<sup>ο</sup> (στην τάξη ή στο προαύλιο, δεν έχει σημασία)

Μέτρησε το μήκος της ράβδου που θα

χρησιμοποιήσεις. Γράψε την τιμή του μήκους στον Πίνακα Μετρήσεων.

#### Βήμα 4<sup>ο</sup> (στο προαύλιο)

Με το νήμα της στάθμης, βρες την κατακόρυφη διεύθυνση. Σπέρωσε ή κράτησε τη ράβδο, στη διεύθυνση της κατακόρυφης. Την ώρα που ο ήλιος μεσουραίνει, μέτρησε το μήκος της σκιάς της ράβδου, με όσο μεγαλύτερη ακρίβεια μπορείς. Γράψε την τιμή του μήκους της σκιάς στον Πίνακα Μετρήσεων.

#### Βήμα 5<sup>ο</sup> (στην τάξη ή στο προαύλιο, δεν έχει σημασία)

Σχεδίασε ένα ορθογώνιο τρίγωνο που η κατακόρυφη πλευρά του (ΑΒ) να είναι 10 φορές μικρότερη από τη ράβδο και η

οριζόντια πλευρά του (ΑΓ) να είναι 10 φορές μικρότερη από τη σκιά της ράβδου.

#### Βήμα 6<sup>ο</sup> (στην τάξη ή στο προαύλιο, δεν έχει σημασία)

Στο τρίγωνο που σχεδίασες, μέτρησε με το μοιρογνωμόνιο τη γωνία Φ που σχηματίζουν οι πλευρές ΑΒ και ΒΓ. Γνωρίζουμε από τα Μαθηματικά ότι αυτή η γωνία του τριγώνου είναι ίση με την επίκεντρη φ, που έχει την κορυφή της στο κέντρο της Γης, επειδή αυτές οι δύο γωνίες είναι "εντός εναλλάξ". Ως το σχήμα με τη Γη και τον Ήλιο, στην επόμενη σελίδα. Γράψε την τιμή της γωνίας φ στον πίνακα μετρήσεων.

### Ο Πίνακας Μετρήσεων

Βήμα 1 <sup>ο</sup>	Η απόσταση του σχολείου από τον Ισημερινό	
Βήμα 2 <sup>ο</sup>	Η ώρα που μεσουρανάει ο Ήλιος	
Βήμα 3 <sup>ο</sup>	Το Μήκος της ράβδου	
Βήμα 4 <sup>ο</sup>	Το μήκος της σιάς της Ράβδου	
Βήμα 6 <sup>ο</sup>	Η τιμή της γωνίας $\varphi$	

### Οι Υπολογισμοί

- Γωνία ίση με ..... μοίρες (που μέτρησες), αντιστοιχεί σε απόσταση από τον Ισημερινό ίση με ..... χιλιόμετρα (που μέτρησες)
- Γωνία ίση με 360 μοίρες αντιστοιχεί σε απόσταση X ίση με την περιφέρεια της Γης.



### Το ορθογώνιο τρίγωνο

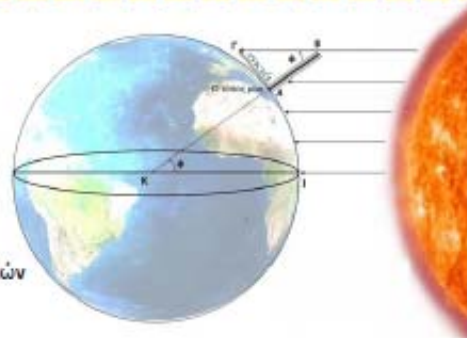


Εδώ μπορείς να σχεδιάσεις το δικό σου ορθογώνιο τρίγωνο, ΟΜΟΙΟ με αυτό που σχηματίστηκε στο προαύλιο, και να μετρήσεις τη γωνία  $\varphi$

### Το συμπέρασμα

Τελικά μπορείς να υπολογίσεις το μήκος της περιφέρειας της Γης, από την αυλή του σχολείου σου, χωρίς να χρειαστεί να ταξιδέψεις;

ΝΑΙ, μπορώ  ΟΧΙ, δεν μπορώ



Επιμέλεια: Ελένη Παλούμπα, Υπεύθυνη Εργαστηριακού Κέντρου Φυσικών Επιστημών (Ε.Κ.Φ.Ε.) Λακωνίας, mail@ekfe.lak.sch.gr • Μακέτα: kostisv@yahoo.com  
 Πηγή: Ε.Κ.Φ.Ε. Σεργίων <http://ekfe.ser.sch.gr>

## Πείραμα του Ερατοσθένη

Υπολογισμός της ακτίνας της Γης, 20-03-2018      ώρα 12:49

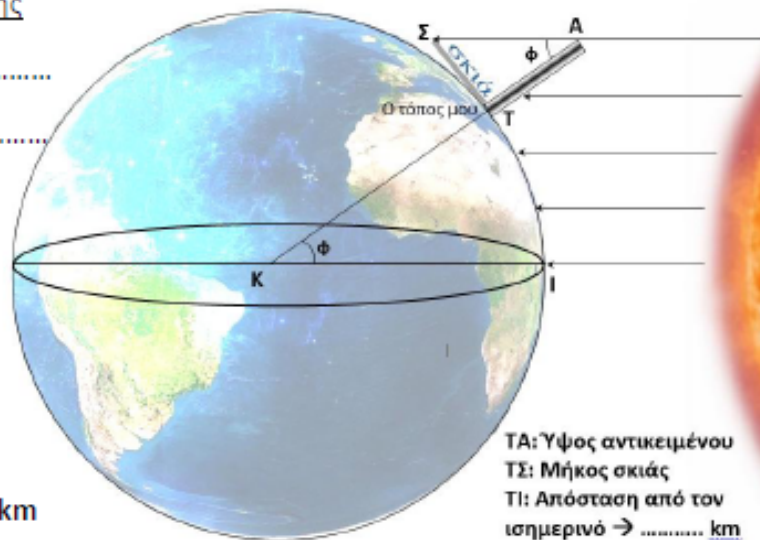
Συντεταγμένες αυλής

Γεωγρ. Μήκος .....

Γεωγρ. πλάτος .....

Απόσταση από τον ισημερινό

TI = ..... km



TA: Ύψος αντικειμένου  
 TΣ: Μήκος σκιάς  
 TI: Απόσταση από τον ισημερινό → ..... km

### Μετρήσεις

Ύψος αντικειμένου:      TA = ..... cm

Μήκος σκιάς:      TΣ = ..... cm

### Υπολογισμοί

$$\epsilon\phi\phi = \frac{T\Sigma}{TA} = \dots\dots\dots \text{ και } \phi = \dots\dots\dots$$

$$\frac{TI}{\phi} = \frac{\text{Περίμετρος}}{360^\circ} \Rightarrow \dots\dots\dots$$

$$\Rightarrow \text{Περίμετρος} = \dots\dots\dots \text{ km}$$

$$\text{Ακτίνα Γης } R = \frac{\text{Περίμετρος}}{2 \cdot 3,14159} = \dots\dots\dots \text{ Km}$$

(Ενδεικτική τιμή R = 6371 km)



### Γεωγραφικές συντεταγμένες

Γεωγραφικό πλάτος:  
39° 36' 26                      39,607

Γεωγραφικό μήκος:  
19° 55' 10                      19,920

Απόσταση από Ισημερινό:  
4.366,20 m

20η Συνάντηση Απρίλιος 2019

## Ο άνθρωπος που μετρούσε

Στο βιβλίο του **Malba Tahan, Ο Άνθρωπος Που Μετρούσε, εκδ. Κάτοπτρο**, περιγράφονται οι περιπέτειες ενός σοφού άραβα περιηγητή, του Μπερεμίζ, ο οποίος λύνοντας δύσκολους μαθηματικούς γρίφους, απέκτησε το πρωσόνυμο: "Ο άνθρωπος που μετρούσε".



Είμαστε αδέρφια» εξήγησε ο μεγαλύτερος «και κληρονομήσαμε αυτές τις 35 καμήλες. Σύμφωνα με την τελευταία επιθυμία του πατέρα μας, οι μισές ανήκουν σε εμένα, το ένα τρίτο στον αδελφό μου τον Χαμίμ, και το ένα ένατο στον Χαρίμ, τον μικρότερο αδελφό. Όμως δεν ξέρουμε πώς να τις μοιράσουμε, και οτιδήποτε προτείνει ο ένας, οι άλλοι δύο το απορρίπτουν. Δοκιμάσαμε πολλές λύσεις μέχρι τώρα, αλλά καμία δεν

έγινε αποδεκτή απ' όλους μας. Αφού το μισό του 35 είναι 17,5, και αφού ούτε το ένα τρίτο ούτε το ένα ένατο είναι ακέραιοι αριθμοί, πώς μπορούμε να τις μοιράσουμε;»

«Πολύ απλό» απάντησε ο Άνθρωπος Που Μετρούσε. «Σας υπόσχομαι να κάνω δίκαιη τη μοιρασιά, αλλά επιτρέψτε μου πρώτα να προσθέσω στην κληρονομιά σας, δηλαδή στις 35 καμήλες, αυτό το υπέροχο ζωντανό που μας έφερε εδώ τούτη την κατάλληλη στιγμή.» Τότε ακριβώς μπήκα στη μέση ανήσυχος: «Δεν θα επιτρέψω τέτοια τρέλα. Πώς θα συνεχίσουμε το ταξίδι μας αν μείνουμε εμείς χωρίς καμήλα;»

«Μην ανησυχείς, φίλε μου από τη Βαγδάτη» μου ψιθύρισε ο Μπέρεμιζ. «Ξέρω πολύ καλά τι κάνω. Δώσε μου την καμήλα σου και θα δεις το αποτέλεσμα.»

Ο τόνος της φωνής του μου ενέπνευσε τέτοια εμπιστοσύνη που, χωρίς τον παραμικρό δισταγμό, του παρέδωσα την όμορφη μου Τζαμάλ, η οποία προστέθηκε στο πλήθος που έπρεπε να μοιραστεί στα τρία αδέρφια. «Φίλοι μου» τους είπε «πρόκειται να κάνω μια ακριβοδίκαιη διαίρεση των καμηλών που τώρα, όπως βλέπετε, είναι 36.» Απευθύνθηκε τότε στο μεγαλύτερο από τα αδέρφια και είπε τα εξής: «Εσύ θα έπαιρνες το μισό του 35, δηλαδή 17,5. Τώρα θα πάρεις το μισό του 36, δηλαδή 18. Δεν πρέπει να παραπονιέσαι, γιατί βγαίνεις κερδισμένος από τη διαίρεση αυτή.» Γυρνώντας στον δεύτερο κληρονόμο, συνέχισε: «Εσύ, Χαμίμ, θα έπαιρνες το ένα τρίτο του 35, δηλαδή 11 και κάτι. Τώρα θα πάρεις το ένα τρίτο του 36, δηλαδή 12. Μη φέρεις λοιπόν αντίρρηση, γιατί κι εσύ κερδίζεις απ' αυτή τη μοιρασιά.» Τέλος, στράφηκε στον νεότερο: «Κι εσύ, νεαρέ Χαρίμ, σύμφωνα με την τελευταία επιθυμία του πατέρα σου, επρόκειτο να πάρεις το ένα ένατο του 35, δηλαδή 3 καμήλες και κάτι. Εγώ όμως θα σου δώσω το ένα ένατο του 36, δηλαδή 4. Έχεις κι εσύ ευνοηθεί σημαντικά, άρα θα πρέπει να με ευγνωμονείς για τούτο.»

Και ολοκλήρωσε με μέγιστη αυτοπεποίθηση: «Με αυτή την επικερδή μοιρασιά, η οποία σας ευνόησε όλους, 18 καμήλες ανήκουν στον μεγαλύτερο, 12 στον επόμενο και 4 στον νεότερο- αυτό μας κάνει  $18 + 12 + 4$ , δηλαδή 34 καμήλες. Συνεπώς, από τις 36 καμήλες περισσεύουν 2. Η μία, όπως ξέρετε, ανήκει στο φίλο μου από τη Βαγδάτη. Η άλλη ανήκει δικαιοματικά σε μένα, διότι έλυσα αυτό το δύσκολο πρόβλημα κληρονομιάς και μείνατε όλοι σας ικανοποιημένοι.»

**Malba Tahan, Ο Άνθρωπος Που Μετρούσε, εκδ. Κάτοπτρο**

**Μπορείτε να δώσετε μια μαθηματική εξήγηση;**

21η 22η Συνάντηση Απρίλιος 2019

## Μέθοδοι επίλυσης προβλημάτων

### Κανάτες

Έχουμε δύο κανάτες, η μία από τις οποίες περιέχει νερό και η άλλη χυμό, στην ίδια ακριβώς ποσότητα. Ρίχνουμε μία κουταλιά νερό από τη μία κανάτα στην άλλη και ανακατεύουμε το μείγμα. Στη συνέχεια ρίχνουμε, με το ίδιο κουτάλι, μία κουταλιά του μείγματος στην κανάτα του νερού. Ποιο είναι περισσότερο: ο χυμός στην κανάτα του νερού ή το νερό στην κανάτα του χυμού;



### Νερομένος χυμός

Μία κανάτα περιέχει  $800 \text{ cm}^3$  νερό και μία άλλη  $500 \text{ cm}^3$  χυμό. Ρίχνουμε  $100 \text{ cm}^3$  νερό από την πρώτη κανάτα στην άλλη. Στη συνέχεια  $100 \text{ cm}^3$  του μίγματος ρίχνεται στην κανάτα του νερού. Τότε, η πρώτη κανάτα περιέχει περισσότερο χυμό σε σχέση με το νερό που περιέχει η άλλη ή όχι και γιατί;

### Ανάμικτος χυμός

Δύο κανάτες έχουν την ίδια ποσότητα χυμό βερίκοκο η πρώτη και πορτοκαλάδα η δεύτερη. Αδειάζουμε το  $\frac{1}{3}$  της πορτοκαλάδας στην πρώτη κανάτα και κατόπιν το  $\frac{1}{3}$  του μικτού χυμού στην κανάτα της πορτοκαλάδας. Άραγε η πορτοκαλάδα στην πρώτη κανάτα είναι περισσότερη ή ο χυμός βερίκοκο στη δεύτερη;

### Βαρύς φελλός

Ένα μπουκάλι και ο φελλός του ζυγίζουν μαζί 110 γραμμάρια. Το μπουκάλι είναι 100 γραμμάρια βαρύτερο από το φελλό. Πόσο ζυγίζει ο φελλός και πόσο το μπουκάλι;

### Καλοπληρωμένες υπερωρίες

Μαζί με τις υπερωρίες, η αμοιβή μου για τον περασμένο μήνα ήταν 1.200 €. Ο βασικός μηνιαίος μισθός μου είναι κατά 1.000 € μεγαλύτερος από την αμοιβή για τις υπερωρίες μου. Ποιος είναι ο βασικός μηνιαίος μισθός μου;



### Βαρύ τούβλο

Ένα τούβλο ζυγίζει ένα κιλό και μισό τούβλο. Πόσο ζυγίζουν τα πέντε τούβλα;

23η Συνάντηση 30 Απριλίου 2019

**Σημαντικές έννοιες στην ύλη  
των Μαθηματικών του Γυμνασίου.**

**Μαθηματικές δραστηριότητες  
με τον σχολικό σύμβουλο  
Μαθηματικών  
Γιάννη Θωμαΐδη.**

24η Συνάντηση Μάιος 2019

Πειραματική μέτρηση του ύψους του σχολείου με τη βοήθεια Αναλογιών

25η Συνάντηση Μάιος 2019

Πειραματική μέτρηση όγκου κυλινδρικών δοχείων σε συνεργασία με το ΕΚΦΕ Κέρκυρας