ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
Πανεπιστημίου (Ελευθερίου Βενιζέλου) 34
106 79 ΑΘΗΝΑ
Τηλ. 2103616532 - 3617784
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr

100 Χρόνια Ε.Μ.Ε.
ΧΡΥΣΟ ΜΕΤΑΛΛΙΟ
ΤΗΣ ΑΚΑΔΗΜΙΑΣ ΑΘΗΝΩΝ

GREEK MATHEMATICAL SOCIETY
34, Panepistimiou (Eleftheriou Venizelou) Street
GR. 106 79 - Athens - HELLAS
Tel. 2103616532 - 3617784
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr

85ος ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
"Ο ΘΑΛΗΣ"
ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ, 8 ΝΟΕΜΒΡΙΟΥ 2024

ΟΔΗΓΙΕΣ ΠΡΟΣ ΤΑ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΑ ΚΕΝΤΡΑ

1. Παρακαλούμε να διαβάσετε προσεκτικά τις οδηγίες στους/στις μαθητές/τριες.
2. Οι επιτηρητές των αιθουσών θα διανείμουν πρώτα κόλλες αναφοράς, στις οποίες οι μαθητές/τριες θα πρέπει **απαραίτητα** να γράψουν ***ΕΠΩΝΥΜΟ, ΟΝΟΜΑ, ΣΧΟΛΕΙΟ, ΤΑΞΗ, ΣΤΑΘΕΡΟ και ΚΙΝΗΤΟ ΤΗΛΕΦΩΝΟ,*** πριν καλυφθούν και μετά θα γίνει **διανομή φωτοτυπιών** των θεμάτων στους μαθητές/τριες.
3. Η εξέταση πρέπει να διαρκέσει ακριβώς δυο (2) ώρες από τη στιγμή που θα γίνει η διανομή φωτοτυπιών των θεμάτων στους μαθητές /τριες (12:00-14:00). **Δεν θα επιτρέπεται** σε κανένα μαθητή/τρια ν' αποχωρήσει πριν παρέλθει **μισή ώρα** από **την έναρξη της εξέτασης**.
4. Οι επιτηρητές των αιθουσών **έχουν το δικαίωμα ν' ακυρώσουν** τη συμμετοχή μαθητών/τριών, αν αποδειχθεί ότι έχουν **χρησιμοποιήσει αθέμιτα μέσα**, σημειώνοντας τούτο στις κόλλες τους. Η επιτροπή Διαγωνισμών της Ε.Μ.Ε. έχει δικαίωμα να επανεξετάσει μαθητή/τρια, αν έχει λόγους να υποπτεύεται ότι το γραπτό του/της είναι αποτέλεσμα χρήσης αθέμιτου μέσου.
5. **Υπολογιστές οποιουδήποτε τύπου καθώς και η χρήση κινητών απαγορεύονται**.
6. Αμέσως μετά το πέρας της εξέτασης, οι κόλλες των μαθητών/τριών πρέπει να σφραγιστούν εντός φακέλου ή φακέλων, που θα έχουν την υπογραφή διευθυντή/ντριας του σχολείου και ν' αποσταλούν όπως περιγράφεται παρακάτω:

α) Τα γραπτά των μαθητών μετά το πέρας του διαγωνισμού για τους Νομούς **Αττικής**, **Δράμας, Ευρυτανίας, Ζακύνθου, Θεσπρωτίας, Ιωαννίνων, Κεφαλληνίας, Κυκλάδων, Πρέβεζας, Ρεθύμνου, Φωκίδας, και για τα νησιά του Ν. Δωδεκανήσου εκτός της Ρόδου** θα αποσταλούν στην Επιτροπή Διαγωνισμών της Ε.Μ.Ε στην Αθήνα με ημερομηνία αποστολής 8/11/2024.

Ειδικά για τα Σχολεία του Νομού Αττικής, **αν αυτό είναι εφικτό**, μπορούν τα γραπτά να παραδοθούν απ' ευθείας στα γραφεία της ΕΜΕ (Πανεπιστημίου 34, Αθήνα) που θα είναι ανοικτά από **8.00 μέχρι και 20.30 την ημέρα του διαγωνισμού.** Αντίστοιχη παράδοση μπορεί να γίνει και στο γραφείο του Παραρτήματος της **ΕΜΕ στη Θεσσαλονίκη** (**μέχρι 18.00)** (Προξ. Κορομηλά 51) για τα γραπτά του Νομού Θεσσαλονίκης.

Παρακαλούμε στο φάκελο να σημειωθούν τα παρακάτω στοιχεία:

Αποστολέας	Παραλήπτης
ΟΝΟΜΑΣΙΑ ΣΧΟΛΕΙΟΥ ΟΝΟΜΑ ΔΙΕΥΘΥΝΤΗ/ΝΤΡΙΑΣ ΑΡΙΘΜΟΣ ΓΡΑΠΤΩΝ ΑΝΑ ΤΑΞΗ	ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟΥ 34, 106 79 ΑΘΗΝΑ Για την επιτροπή διαγωνισμών

β) Για τους υπόλοιπους νομούς όπου η ΕΜΕ διαθέτει Παράρτημα, τα γραπτά θα παραδοθούν από το εξεταστικό κέντρο σε εκπρόσωπο του Παραρτήματος στις 8/11/2024. Το Παράρτημα της ΕΜΕ θα φροντίσει να συνεργαστεί με τους/τις διευθυντές/ντριες των σχολείων για την παραλαβή των γραπτών.

7. Τα αποτελέσματα του διαγωνισμού θα σταλούν στις Διευθύνσεις Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης και τα Παραρτήματα της Ε.Μ.Ε.
8. Με την ευκαιρία αυτή, το Δ.Σ. της Ε.Μ.Ε. ευχαριστεί όλους τους διευθυντές/ντριες των σχολείων και όλους τους/τις συναδέλφους που συμβάλλουν με την εθελοντική τους συμμετοχή στην οργάνωση των Πανελλήνιων Μαθητικών Διαγωνισμών της Ελληνικής Μαθηματικής Εταιρείας.

Για το Διοικητικό Συμβούλιο
της Ελληνικής Μαθηματικής Εταιρείας

Ο Πρόεδρος
Ανάργυρος Φελλούρης
Ομότιμος Καθηγητής ΕΜΠ

Ο Γενικός Γραμματέας
Ιωάννης Τυρλής
Καθηγητής Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
Πανεπιστημίου (Ελευθερίου Βενιζέλου) 34
106 79 ΑΘΗΝΑ
Τηλ. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr

GREEK MATHEMATICAL SOCIETY
34, Panepistimiou (Eleftheriou Venizelou) Street
GR. 106 79 - Athens - HELLAS
Tel. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr

ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
85ος ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ “Ο ΘΑΛΗΣ”
8 Νοεμβρίου 2024

Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

Πρόβλημα 1 (6 μονάδες)

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με $\mathrm{AB} = \mathrm{A\Gamma}$. Η μεσοκάθετη της πλευράς ΑΓ τέμνει την παράλληλη ευθεία από το σημείο Α προς την ευθεία ΒΓ στο σημείο Ε, την πλευρά ΑΒ στο σημείο Η και την ευθεία ΒΓ στο σημείο Ζ. Δίνεται ότι: $\mathrm{A}\hat{\mathrm{Z}}\mathrm{H} = \mathrm{Z}\hat{\mathrm{A}}\mathrm{H}$.

(α) Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ΑΒΓ.

(β) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΑΖΓΕ είναι ρόμβος.

Πρόβλημα 2 (6 μονάδες)

Να προσδιορίσετε όλα τα ζεύγη πραγματικών αριθμών (x, y) τα οποία ικανοποιούν την εξίσωση:

$$(x^2+1)(y^2+1)+4(x-1)(y-1)+4(x+y-1)=0.$$

Πρόβλημα 3 (8 μονάδες)

Έστω α, β πραγματικοί αριθμοί με $\alpha \neq 0$ τέτοιοι ώστε:

$$\frac{\beta}{\beta^2+\beta+1}=\alpha.$$

(α) Να εκφράσετε την παράσταση $\frac{\beta^2}{\beta^4+\beta^2+1}$ συναρτήσει του α.

(β) Να προσδιορίσετε όλες τις τιμές του α ώστε

$$\frac{\beta^2}{\beta^4+\beta^2+1}=\alpha.$$

Διάρκεια διαγωνισμού: 2 ώρες *Καλή επιτυχία!*

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
Πανεπιστημίου (Ελευθερίου Βενιζέλου) 34
106 79 ΑΘΗΝΑ
Τηλ. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr

GREEK MATHEMATICAL SOCIETY
34, Panepistimiou (Eleftheriou Venizelou) Street
GR. 106 79 - Athens - HELLAS
Tel. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr

ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
85ος ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ "Ο ΘΑΛΗΣ"
8 Νοεμβρίου 2024

Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

Πρόβλημα 1 (6 μονάδες)

Να προσδιορίσετε τις δυνατές τιμές του x, αν ισχύουν οι ισότητες:

$$x = \frac{\delta}{\alpha+\beta+\gamma} = \frac{\alpha}{\beta+\gamma+\delta} = \frac{\beta}{\gamma+\delta+\alpha} = \frac{\gamma}{\delta+\alpha+\beta},$$

όπου $\alpha, \beta, \gamma, \delta \in \mathbb{R}$, έτσι ώστε όλοι οι παρονομαστές να είναι διάφοροι του 0.

Πρόβλημα 2 (6 μονάδες)

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ = ΑΓ και $\widehat{\mathrm{A}} = 36^0$. Προεκτείνουμε την πλευρά ΒΓ προς το μέρος του Γ κατά τμήμα ΓΔ = ΑΒ. Από το Δ φέρουμε ευθεία παράλληλη προς την πλευρά ΑΒ και πάνω σε αυτή παίρνουμε σημείο Ε τέτοιο ώστε ΔΕ = ΑΔ και τα σημεία Α και Ε να βρίσκονται στο ίδιο ημιεπίπεδο ως προς την ευθεία ΒΓ. Αν η ευθεία ΒΕ τέμνει την πλευρά ΑΓ στο σημείο Ζ , να αποδείξετε ότι η ευθεία ΔΖ είναι κάθετη προς την πλευρά ΑΒ.

Πρόβλημα 3 (8 μονάδες)

Να βρείτε την αναγκαία και ικανή συνθήκη μεταξύ των παραμέτρων $a, b \in \mathbb{R}$, $a > 0$, έτσι ώστε να υπάρχουν πραγματικοί αριθμοί x, y που ικανοποιούν τις σχέσεις

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = a \quad \text{και} \quad \frac{1}{x^3} + \frac{1}{y^3} = b.$$

Διάρκεια διαγωνισμού: 2 ώρες *Καλή επιτυχία!*

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
Πανεπιστημίου (Ελευθερίου Βενιζέλου) 34
106 79 ΑΘΗΝΑ
Τηλ. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr

GREEK MATHEMATICAL SOCIETY
34, Panepistimiou (Eleftheriou Venizelou) Street
GR. 106 79 - Athens - HELLAS
Tel. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr

ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
85^{ος} ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ "Ο ΘΑΛΗΣ"
8 Νοεμβρίου 2024

Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

Πρόβλημα 1 (6 μονάδες)

Αν α, β, γ είναι πραγματικοί αριθμοί τέτοιοι ώστε

$$|\alpha + \beta + \gamma + \alpha\beta\gamma| = |\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha + 1|,$$

να συγκρίνετε τους αριθμούς

$$\mathrm{A} = \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 + \alpha^2\beta^2\gamma^2 \text{ και } \mathrm{B} = \alpha^2\beta^2 + \beta^2\gamma^2 + \gamma^2\alpha^2 + 1.$$

Πρόβλημα 2 (6 μονάδες)

Έστω η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$, τέτοια ώστε

$$f(xy) = xf(y) + f(x) - 2024x.$$

για κάθε $x, y \in \mathbb{R}$. Αν $f\big(f(1)\big) = 1$, να βρείτε την τιμή του $f(2025)$.

Πρόβλημα 3 (8 μονάδες)

Στο εξωτερικό ενός οξυγώνιου τριγώνου ΑΒΓ κατασκευάζουμε δύο ισοσκελή τρίγωνα ΑΔΒ και ΑΕΓ, με ΑΔ = ΔΒ και ΑΕ =ΕΓ, τέτοια ώστε

$$\mathrm{A}\widehat{\Delta}\mathrm{B} = 2 \cdot \mathrm{A}\widehat{\Gamma}\mathrm{B} \text{ και } \mathrm{A}\widehat{\mathrm{E}}\Gamma = 2 \cdot \mathrm{A}\widehat{\mathrm{B}}\Gamma.$$

Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΒΔΕΓ είναι παραλληλόγραμμο.

Διάρκεια διαγωνισμού: 2 ώρες *Καλή επιτυχία!*