

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΓΙΑ ΤΟ ΠΕΙΡΑΜΑ ΤΟΥ ΕΡΑΤΟΣΘΕΝΗ

Λάμπρου Κώστας

Είδη γωνιών

Ενότητα 7

Βασικές μαθηματικές έννοιες και διεργασίες

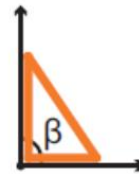
Οι γωνίες διακρίνονται σε:

- **Οξείες**, οι οποίες είναι μικρότερες από την ορθή γωνία,
- **Ορθές**,
- **Αμβλείες**, οι οποίες είναι μεγαλύτερες από την ορθή γωνία.



οξεία γωνία

Παραδείγματα



ορθή γωνία



αμβλεία γωνία

Μέτρηση γωνιών

Ενότητα 7

Βασικές μαθηματικές έννοιες και διεργασίες

- Η **γωνία** έχει δύο πλευρές και μία κορυφή.
 - Η γωνία μπορεί να ονομαστεί με:
 - ✓ ένα μικρό γράμμα στο εσωτερικό της,
 - ✓ τρία κεφαλαία γράμματα, από τα οποία πάντα το μεσαίο γράμμα είναι η κορυφή της.
- Γράφουμε τη γωνία προσθέτοντας ένα ειδικό σύμβολο ($\hat{}$) πάνω από τη γωνία.

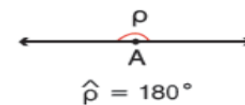
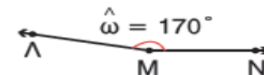
- Μετράμε τη γωνία σε **μοίρες** ($^\circ$) με ένα όργανο που λέγεται **μοιρογώνιο**.
- Ένας κύκλος διαιρείται σε 360° .

- Μία γωνία 180° ονομάζεται **ευθεία γωνία**.
- Η **ορθή γωνία** είναι 90° .

Παραδείγματα



Η γωνία $\hat{\beta}$ ή η γωνία $\widehat{AB\Gamma}$



Είδη τριγώνων ως προς τις γωνίες

Ενότητα 7

Βασικές μαθηματικές έννοιες και διεργασίες

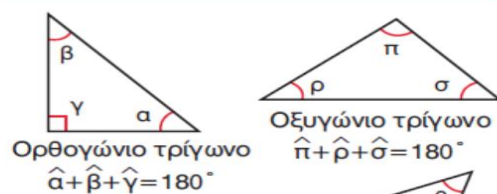
- Κάθε τρίγωνο έχει τρεις γωνίες και τρεις πλευρές.
- Όλα τα τρίγωνα έχουν τουλάχιστον 2 οξείες γωνίες.

Το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου είναι 180° .

Το τρίγωνο που περιέχει:

- ✓ τρεις οξείες γωνίες ονομάζεται **οξυγώνιο**,
- ✓ ορθή γωνία ονομάζεται **ορθογώνιο**,
- ✓ αμβλεία γωνία ονομάζεται **αμβλυγώνιο**.

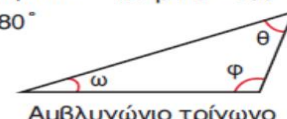
Παραδείγματα



Ορθογώνιο τρίγωνο
 $\hat{\alpha} + \hat{\beta} + \hat{\gamma} = 180^\circ$



Οξυγώνιο τρίγωνο
 $\hat{\pi} + \hat{\rho} + \hat{\sigma} = 180^\circ$



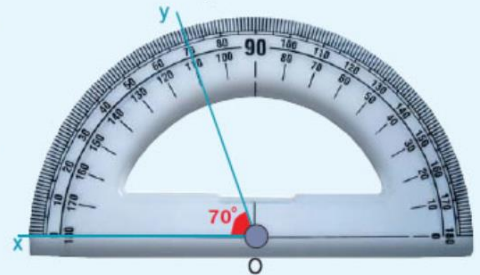
Αμβλυγώνιο τρίγωνο
 $\hat{\omega} + \hat{\phi} + \hat{\theta} = 180^\circ$



- ▶ Η μέτρηση των γωνιών γίνεται με το **μοιρογνωμόνιο**.
- ▶ Ο αριθμός που προκύπτει από τη μέτρηση ονομάζεται **μέτρο της γωνίας**.
- ▶ Μονάδα μέτρησης των γωνιών είναι η **μοίρα**, που γράφεται: 1° .
- ▶ Είναι: $1^\circ = 60'$ (πρώτα λεπτά) και $1' = 60''$ (δεύτερα λεπτά).

Από τα παραπάνω συμπεραίνουμε ότι:

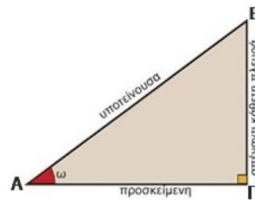
- Κάθε γωνία έχει μοναδικό μέτρο που εξαρτάται μόνο από το "άνοιγμα" των πλευρών της.
- Αν δύο γωνίες έχουν το ίδιο μέτρο είναι ίσες.
- ◆ Στο εξής με $\chi\hat{O}\gamma$ ή $\hat{\omega}$ θα συμβολίζουμε τη γωνία και το μέτρο της.



Εφαπτομένη οξείας γωνίας ορθογώνιου τριγώνου

Σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο, εφαπτομένη ενός εκ των οξείων γωνιών ορίζεται ως το ημίκο της απέναντι κάθετης πλευράς δια της προσκείμενης κάθετης πλευράς του.

π.χ. στο παρακάτω τρίγωνο ισχύει:



$$\epsilon\phi\omega = \frac{BF}{AG}$$

Εφαπτομένη γωνιών από 0° μέχρι και 360°

ΛΟΓΟΣ

Το αποτέλεσμα της σύγκρισης δύο μεγεθών που εκφράζεται ως κλάσμα ονομάζεται λόγος. Το κλάσμα αυτό έχει αριθμητή το ένα μέγεθος και παρονομαστή το άλλο.

Σε πολλές περιπτώσεις είναι απαραίτητο να συγκρίνουμε δύο μεγέθη και να μελετήσουμε τη σχέση τους:

Λόγος

Το αποτέλεσμα της σύγκρισης δύο μεγεθών που εκφράζεται ως κλάσμα ονομάζεται **λόγος**. Το κλάσμα αυτό έχει αριθμητή το ένα μέγεθος και παρονομαστή το άλλο.

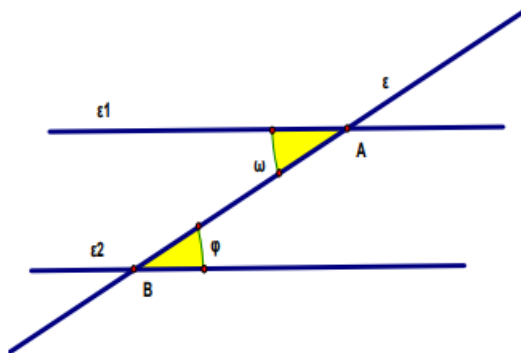
Παραδείγματα

Ο πύργος του Άιφελ έχει ύψος περίπου 300 μέτρα, ενώ ο Λευκός Πύργος περίπου 30 μέτρα.

Ο λόγος των υψών τους είναι $\frac{300}{30}$ ή $\frac{30}{3}$ ή 10.

(Δηλαδή ο πρώτος είναι 10 φορές ψηλότερος.)

ΠΑΡΑΛΛΗΛΕΣ ΕΥΘΕΙΕΣ



Ιδιότητες παράλληλων ευθειών

1) Αν δύο παράλληλες ευθείες τέμνονται από τρίτη, σχηματίζουν τις εντός εναλλάξ γωνίες ίσες.

$$\text{Δηλαδή αν } \varepsilon_1 // \varepsilon_2 \text{ τότε } \hat{\omega} = \hat{\phi}.$$

Οι γωνίες που βρίσκονται ανάμεσα στις ευθείες ε_1 και ε_2 ονομάζονται “εντός” (των ευθειών), ενώ όλες οι άλλες γωνίες ονομάζονται “εκτός”. Επιπλέον, οι γωνίες που βρίσκονται προς το ίδιο μέρος της ευθείας δ ονομάζονται “επί τα αυτά” (μέρη της ευθείας). Δύο γωνίες που βρίσκονται η μία στο ένα και η άλλη στο άλλο ημιεπίπεδο της ευθείας δ , λέγονται μεταξύ τους “εναλλάξ”

ΕΠΙΚΕΝΤΡΗ ΓΩΝΙΑ - ΤΟΞΟ

Θυμόμαστε - Μαθαίνουμε

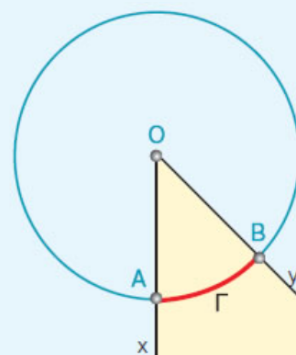


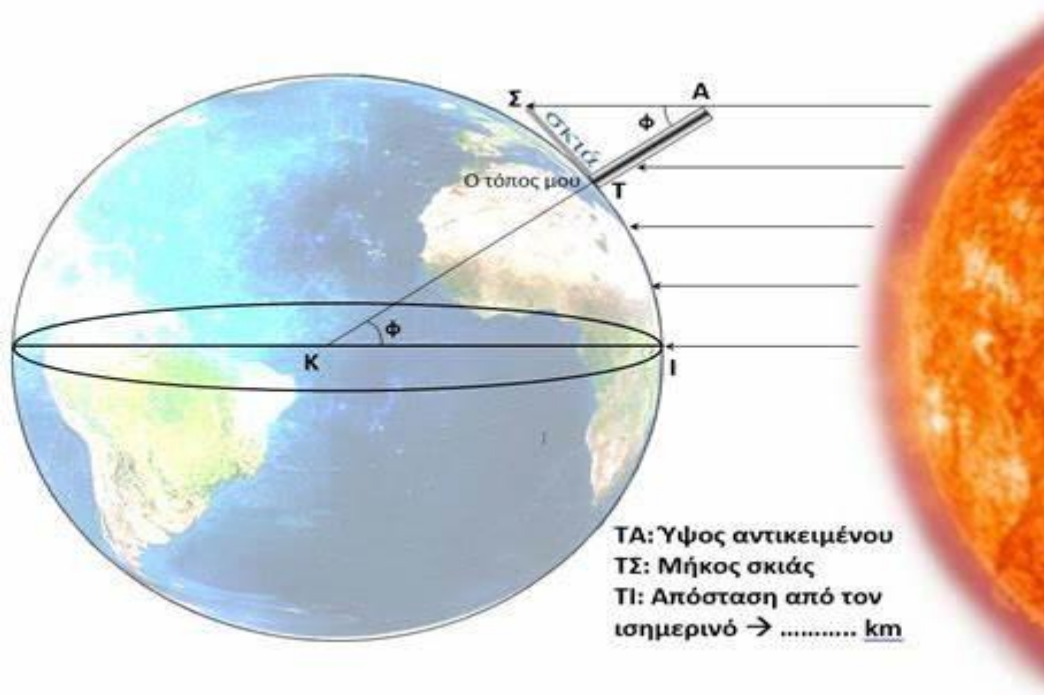
Κατασκευάζουμε έναν κύκλο (O, ρ) και μια γωνία $\widehat{\chi\hat{O}y}$ της οποίας η κορυφή συμπίπτει με το κέντρο O του κύκλου. Η γωνία αυτή λέγεται **επίκεντρη γωνία**.

Αν η πλευρά Ox της γωνίας $\widehat{\chi\hat{O}y}$ τέμνει τον κύκλο στο σημείο A και η πλευρά Oy στο σημείο B , τότε:

● Το τόξο $\widehat{A\Gamma B}$ που βρίσκεται στο εσωτερικό της κυρτής γωνίας $\widehat{\chi\hat{O}y}$ λέγεται **αντίστοιχο**

τόξο της **επίκεντρης γωνίας** $\widehat{\chi\hat{O}y}$.





[Υπολογισμός του τόξου της εφαπτομένης \(kiosterakis.gr\)](http://kiosterakis.gr)

<https://kiosterakis.gr/htmlfiles/arctan.html>

Υπολογισμός τόξου εφαπτομένης, σε μοίρες

Δώσε την εφαπτομένη και πάτα το κουμπί για να υπολογιστεί η αντίστοιχη γωνία...

Εφαπτομένη:

Γωνία σε μοίρες: -

Καθάρισε

Υπολόγισε τη γωνία

Υπολογισμός τόξου εφαπτομένης, σε μοίρες

Δώσε την εφαπτομένη και πάτα το κουμπί για να υπολογιστεί η αντίστοιχη γωνία...

Εφαπτομένη:

Γωνία σε μοίρες: **82.092837°**

Καθάρισε

Υπολόγισε τη γωνία

ΚΥΚΛΟΣ -ΜΗΚΟΣ ΚΥΚΛΟΥ (ΜΚ)

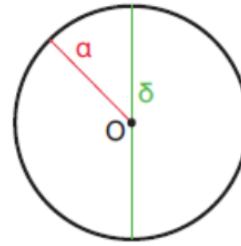
Βασικές μαθηματικές έννοιες και διεργασίες

Παραδείγματα

Τα κύρια στοιχεία του κύκλου είναι:
το **κέντρο** O , η **ακτίνα** a και η **διάμετρος** δ .

Για να υπολογίσουμε το μήκος κύκλου, πολλαπλασιάζουμε τον αριθμό π με τη διάμετρο του κύκλου.
μήκος κύκλου = $\pi \times \delta = 3,14 \times \delta$

Ο αριθμός που συμβολίζεται με το ελληνικό γράμμα π είναι με προσέγγιση εκατοστού **3,14**.



Η διάμετρος του κύκλου είναι 3 εκ.

Επομένως: μήκος κύκλου = $\pi \times \delta = 3,14 \times 3 = 9,42$ εκ.

Ιστορικό σημείωμα Από την αρχαιότητα μέχρι σήμερα, το πηλίκο της διαίρεσης του μήκους οποιουδήποτε κύκλου με τη διάμετρό του προσεγγίζεται όλο και με μεγαλύτερη ακρίβεια και είναι ο αριθμός 3,14159265... που έχει άπειρα δεκαδικά ψηφία. Ο αριθμός αυτός συμβολίζεται σε όλον τον κόσμο με το ελληνικό γράμμα π και στους υπολογισμούς χρησιμοποιούμε την προσεγγιστική του τιμή **3,14**.

Απλή μέθοδος των τριών στα ανάλογα ποσά

Για να βρω την άγνωστη τιμή σε προβλήματα ανάλογων ποσών με την **απλή μέθοδο των τριών**, ακολουθώ τρία βήματα:

- 1ο βήμα:** Κατάταξη (βάζω τα ποσά του ίδιου είδους το ένα κάτω από το άλλο)
- 2ο βήμα:** Σύγκριση ποσών (εξετάζω αν τα ποσά είναι ανάλογα)
- 3ο βήμα:** Λύση (πολλαπλασιάζω τον αριθμό που είναι πάνω από το x επί το κλάσμα των άλλων δύο αριθμών αντεστραμμένο)

Παραδείγματα

τα **3** τετράδια κοστίζουν **2 €**
τα **27** τετράδια κοστίζουν **x €**

$$x = 2 \cdot \frac{27}{3} \text{ δηλαδή } x = \frac{2 \cdot 27}{3}$$

$$\text{άρα } x = \frac{54}{3} \text{ άρα } x = 18 \text{ €}$$

[Μεθοδός των Τριών, Online \(alextade.me\)](http://alextade.me)

Απλή μέθοδος των Τριών, Online

Πληκτρολόγησε τις Τρεις τιμές μέσα στα πλαίσια για να βρεις το ζητούμενο **X**
[και press ENTER ή Tab]

Στα	<input type="text" value="10"/>	έχουμε	<input type="text" value="5"/>
Στα	<input type="text" value="28"/>	πόσα;	X = 14
			$x = \frac{28}{10} * 5$