



# ΖΟΣΕΦ ΛΟΥΙ ΛΑΓΚΡΑΝΖ

Τσομπανίδη Λυδία,  
Κοτσαΐδου Άννα

A4

- ▶ Ο **Ζοζέφ Λουί Λαγκράνζ** (25 Ιανουαρίου 1736 – 10 Απριλίου 1813) ήταν Ιταλός μαθηματικός, φυσικός και αστρονόμος, που έζησε το μεγαλύτερο μέρος της ζωής του στην Πρωσία και τη Γαλλία. Έκανε πολύ σημαντικές μελέτες συνεισφέροντας σε όλα τα πεδία της μαθηματικής ανάλυσης, στη θεωρία αριθμών, αλλά και στην κλασσική μηχανική και ουράνια μηχανική.
- ▶ Το 1766, κατόπιν υποδείξεως του Όιλερ και του ντ' Αλαμπέρ, διαδέχτηκε τον πρώτο στη θέση του διευθυντή Μαθηματικών στην Πρωσική Ακαδημία Επιστημών, στο Βερολίνο, θέση όπου παρέμεινε για είκοσι χρόνια, παράγοντας μεγάλο έργο και κερδίζοντας πολλά βραβεία.
- ▶ Οι γονείς του Λαγκράνζ ήταν Ιταλοί, αν και ο προ-παππούς του, από το γενεαλογικό δένδρο του πατέρα του, ήταν Γάλλος. Το 1787, στην ηλικία των 51, μετακόμισε από το Βερολίνο στη Γαλλία και έγινε μέλος της Γαλλικής Ακαδημίας. Παρέμεινε στη Γαλλία μέχρι το τέλος της ζωής του. Επομένως, ο Λαγκράνζ εναλλακτικά θεωρείται Γάλλος και Ιταλός επιστήμονας. Ο Λαγκράνζ επέζησε της Γαλλικής Επανάστασης και έγινε ο πρώτος καθηγητής της ανάλυσης στο Πολυτεχνείο École μετά το άνοιγμά του το 1794. Ο Λαγκράνζ διορίστηκε γεροϋσιαστής το 1799, και ο Ναπολέων του έδωσε τον τίτλο της Λεγεώνα της Τιμής το 1803 και τον έκανε Κόμη της αυτοκρατορίας το 1808.
- ▶ Είναι θαμμένος στο Πάνθεον και το όνομά του εμφανίζεται ανάμεσα στα 72 ονόματα που είναι χαραγμένα στον Πύργο του Άιφελ.

## Η ΖΩΗ ΤΟΥ:

Υπάρχει ένα συγκεκριμένο σημείο του Βαρυτικού Πεδίου δύο ουράνιων σωμάτων στο οποίο αν τοποθετηθεί ένα τρίτο Ουράνιο Σώμα (δηλ. ένας πλανήτης ή ένας δορυφόρος) που συνολική Βαρυτική Δύναμη που εξασκείται πάνω στο σώμα είναι μηδέν. Κάθε τέτοιο σημείο ονομάζεται σημείο ισορροπίας Lagrange. Με διαφορετική έκφραση η συνολική έλξη που δέχεται ένας δορυφόρος στα σημεία αυτά είναι ίση με την απαραίτητη κεντρομόλο δύναμη για να περιστρέφεται.

Διακρίνονται σε δύο "κατηγορίες":

A) Τα σημεία L1, L2 και L3 είναι "ομοευθειακά σημεία Lagrange" (ή "κύρια" σημεία):

α) Τα σημεία L1 και L2 είναι "εμπρόσθια σημεία Lagrange" (ή "Πλανητικά" σημεία):

- Το σημείο L1 χαρακτηρίζεται και ως *Εσωτερικό Σημείο Lagrange* ή "Ηλιακό" σημείο.

- Το σημείο L2 χαρακτηρίζεται και ως *Εξωτερικό Σημείο Lagrange* ή "Διαστημικό" σημείο.

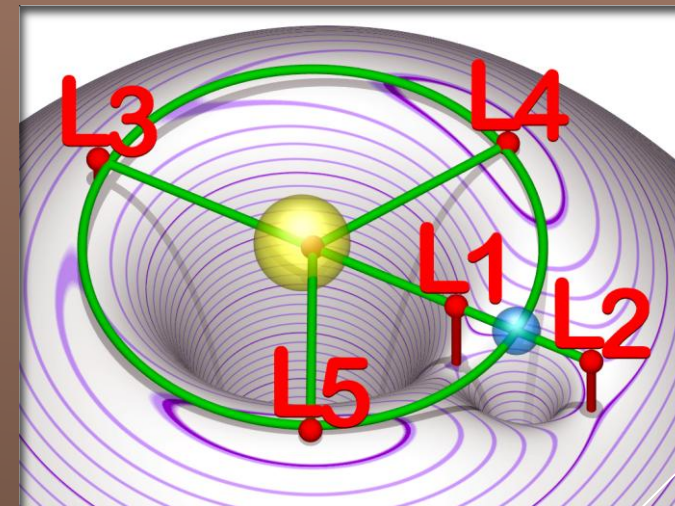
β) Το σημείο L3 είναι "οπίσθιο σημείο Lagrange" (ή "Αστρικό" σημείο):

- Το σημείο L3 χαρακτηρίζεται και ως *Αντιθετικό Σημείο Lagrange* (ή "εξωτικό" σημείο).

B) Τα σημεία L4 και L5 είναι "πλευρικά σημεία Lagrange" (ή "δευτερεύοντα" σημεία) :

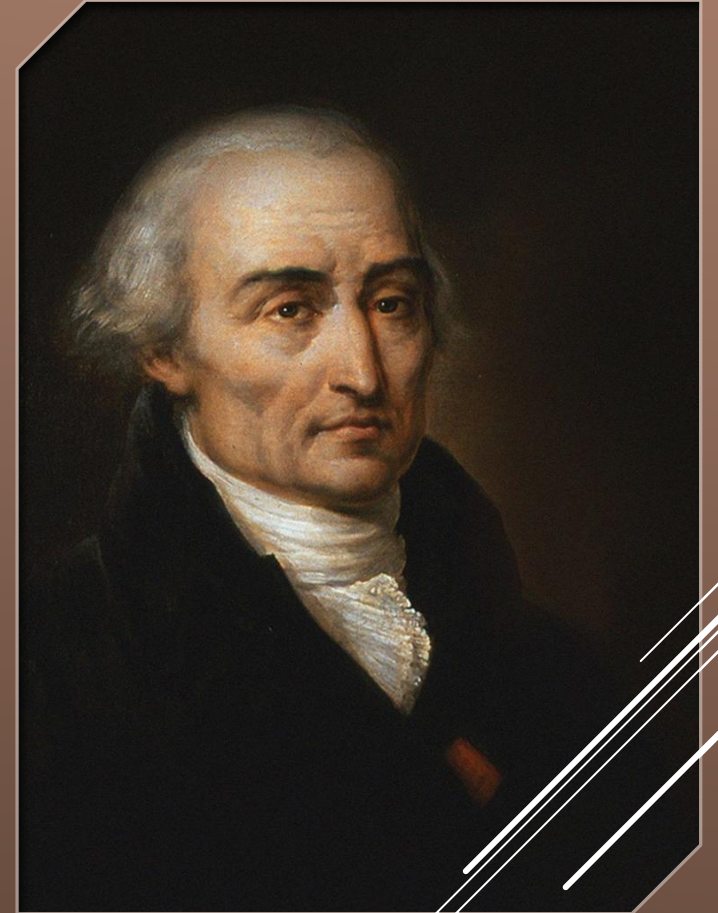
- Το σημείο L4 χαρακτηρίζεται και ως *Δεξιό Σημείο Lagrange* ή "Ελληνικό" σημείο.

- Το σημείο L5 χαρακτηρίζεται και ως *Αριστερό Σημείο Lagrange* ή "Τρωικό" σημείο.



# ΣΗΜΕΙΟ ΛΑΓΚΡΑΝΖ

- ▶ Ο Λαγκράνζ ήταν ένας από τους δημιουργούς του Λογισμού των Μεταβολών, αφού δημιούργησε την εξίσωση για τα ακρότατα των συναρτήσεων. Αυτός επίσης επέκτεινε τη μέθοδο λαμβάνοντας υπόψη τους πιθανούς περιορισμούς, καταλήγοντας έτσι στη μέθοδο πολλαπλασιαστών Λαγκράνζ.
- ▶ Ο Λαγκράνζ επινόησε τη μέθοδο της επίλυσης διαφορικών εξισώσεων, γνωστή ως μεταβολή των παραμέτρων, εφάρμοσε τον διαφορικό λογισμό και τη θεωρία των πιθανοτήτων και έκανε αξιόλογη δουλειά στη λύση των εξισώσεων. Απέδειξε ότι κάθε φυσικός αριθμός είναι ένα άθροισμα τεσσάρων τετραγώνων. Στην διατριβή του *Θεωρία των Αναλυτικών Λειτουργιών* βρίσκονται μερικά από τα θεμέλια της θεωρίας της ομάδας προετοιμάζοντας το έδαφος για τον Galois. Στον λογισμό ο Λαγκράνζ ανέπτυξε μια καινούρια προσέγγιση στην παρεμβολή και στις σειρές Taylor. Μελέτησε το πρόβλημα των τριών σωμάτων για τη γη, τον ήλιο και τη σελήνη (1764) και την κίνηση των δορυφόρων του Δία (1766) και το 1722 βρήκε τις λύσεις σε αυτή την ειδική περίπτωση του προβλήματος που βρίσκεται σε αυτά που είναι γνωστά ως σημεία Λαγκράνζ. Αλλά πάνω από όλα εντυπωσίασε στην μηχανική, έχοντας μεταμορφώσει τη Νευτώνεια μηχανική σε έναν τομέα ανάλυσης, την μηχανική του Λαγκράνζ όπως λέγεται τώρα, και παρουσίασε τις επονομαζόμενες *Αρχές της Μηχανικής* ως απλά αποτελέσματα του λογισμού των μεταβολών.

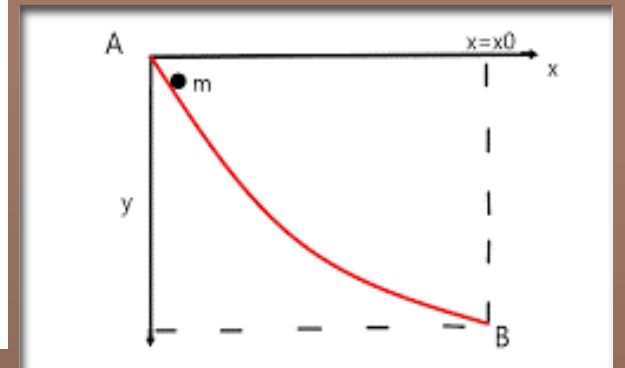


## ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΗ ΣΥΝΕΙΣΦΟΡΑ

- ▶ Ο Λαγκράντζ είναι ένας από τους ιδρυτές του λογισμού των μεταβολών. Ξεκινώντας το 1754, εργάστηκε για το πρόβλημα της ταυτολογίας, ανακαλύπτοντας μια μέθοδο για τη μεγιστοποίηση και την ελαχιστοποίηση συναρτήσεων με έναν τρόπο παρόμοιο με την εύρεση ακρότατων συναρτήσεων.
- ▶ Ο λογισμός των μεταβολών ή μεταβολικός λογισμός είναι κλάδος της μαθηματικής ανάλυσης που ασχολείται με τη μεγιστοποίηση ή την ελαχιστοποίηση συναρτησιακών ή συναρτησοειδών, τα οποία είναι απεικονίσεις από ένα σύνολο συναρτήσεων στους πραγματικούς αριθμούς. Τα συναρτησιακά συχνά εκφράζονται ως ορισμένα ολοκληρώματα συναρτήσεων και παραγώγων αυτών. Στο λογισμό των μεταβολών το ενδιαφέρον μας στρέφεται γύρω από τις *ακρότατες συναρτήσεις*, που είναι εκείνες για τις οποίες το συναρτησιακό λαμβάνει μέγιστη ή ελάχιστη τιμή, ή γύρω από τις *στάσιμες συναρτήσεις*, για τις οποίες η τιμή του συναρτησιακού παραμένει αμετάβλητη.
- ▶ Ένα απλό παράδειγμα ενός τέτοιου προβλήματος είναι η εύρεση της καμπύλης βραχύτερου μήκους που συνδέει δυο σημεία. Απουσία περιορισμών, η λύση είναι προφανώς το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει τα δύο σημεία. Ωστόσο, αν η καμπύλη πρέπει να κείται σε δεδομένη επιφάνεια στο χώρο, τότε η λύση είναι λιγότερο προφανής και πιθανώς να υπάρχουν πολλές λύσεις. Τέτοιες λύσεις είναι γνωστές ως γεωδαισιακές. Ένα σχετικό πρόβλημα ανακύπτει από την αρχή του Fermat: το φως ακολουθεί τη διαδρομή του ελάχιστου οπτικού μήκους που συνδέει δυο σημεία, όπου το οπτικό μήκος εξαρτάται από τις φυσικές ιδιότητες του μέσου. Μία αντίστοιχη έννοια στη μηχανική είναι η αρχή της ελαχίστης δράσης.

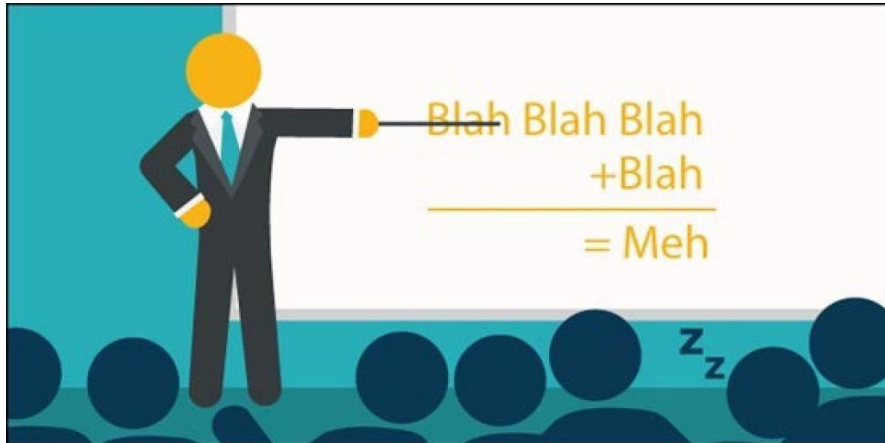
# ΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΩΝ ΜΕΤΑΒΟΛΩΝ

$$\frac{\partial L}{\partial q} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} = 0$$



- ▶ Η Λαγκρανζιανή μηχανική αποτελεί έναν από τους δύο θεμελιώδεις φορμαλισμούς της Αναλυτικής δυναμικής μαζί με την Χαμιλτονιανή μηχανική. Η διατύπωση της έγινε από τον Γάλλο Μαθηματικό Ζοζέφ Λαγκράνζ την περίοδο 1783 - 88, και αναπόσπαστο κομμάτι της είναι η κατανόηση της αρχής ακροτάτου που διέπει την εξέλιξη ενός μηχανικού συστήματος, που μπορεί να έχει πεπερασμένους ή άπειρους βαθμούς ελευθερίας. Σε αντίθεση με τη διανυσματική μηχανική που θεμελιώθηκε από το Νεύτωνα και διατυπώθηκε σε διανυσματική γλώσσα από τον Γκιμπς, γεωμετρική και μηχανική εποπτεία απαιτείται μόνο για την εύρεση και ορθή διατύπωση των βαθμών ελευθερίας του συστήματος, ενώ στη συνέχεια η εργασία είναι σε ένα πρώτο επίπεδο κατ' εξοχήν αναλυτική. Μάλιστα ο ίδιος ο Λαγκράνζ στο έργο του *Traité de Mécanique Analytique* αναφέρει ότι:
- ▶ Δε θα βρει κάποιος σχήματα σε αυτό το έργο. Οι μέθοδοι που αναπτύσσω δεν απαιτούν καμία κατασκευή, γεωμετρική ή μηχανική, παρά μόνον αλγεβρικές πράξεις που υπόκεινται σε μία ομαλή και ομοιόμορφη τέλεση.

# ΛΑΓΚΡΑΝΖΙΑΝΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗ



ΤΕΛΟΣ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗΣ