

ΑΣΚΗΣΗ ΗΜΕΡΑΣ (53)

H $f(x) = \frac{3x}{x^2+36}$. (A) v.δ.ο. $\left| \frac{3x}{x^2+36} \right| \leq \frac{1}{4}$

(B) (I) v.δ.ο η f παρουσιάζει ολικό μέγιστο μόνο στο 6 και ολικό ελάχιστο μόνο στο -6.

(II) Να βρείτε τα $k, \lambda \in \mathbb{R}$ αν ισχύει:

$$6k(\lambda^2+36) - 6\lambda(k^2+36) = (k^2+36) \cdot (\lambda^2+36)$$

(Γ) Αν $g'(x) = f(x)$ (I) v.δ.ο $\forall a, b \in \mathbb{R} : |g(b) - g(a)| \leq \frac{1}{4} |b-a|$.

(II) υπολογίστε το όριο:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[g\left(\frac{x \cdot \ln x}{x^2+1}\right) - g\left(\frac{6 \ln x}{x^2+1}\right) \right]$$

ΑΣΚΗΣΗ ΗΜΕΡΑΣ (54)

Έστω $f(x) = x \cdot \ln x - x + \frac{x^2}{2}$

a. v.δ.ο. η f' είναι γνήσια αυξουσα.

B. (I) v.δ.ο : $f(x+1) + f(x+2) < f(x) + f(x+3) \quad \forall x > 0$

(II) v.δ.ο $2f(2x) < f(x) + f(3x) \quad \forall x > 0$

γ. v.δ.ο. $(x-1)f'(1) < f(x) < (x-1) \cdot f'(x) \quad \forall x > 1$

δ. υπολογίστε το όριο : $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \cdot \left(f\left(1 + \frac{2023}{x}\right) - f\left(1 + \frac{1}{x}\right) \right)$