

Ασκηση ΗΜΕΡΑΣ (49)

Έστω  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  δύο φορές παραγωγίσιμη με:  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x}-1)f(x) + \ln(x-1)}{x^2-1} = \frac{3}{4}$

και  $f(2) = -f(1)$

- $f \in C^2$  έχει οριζόντια εφαπτομένη στο  $x_0 = 5$

- $f(3) = f'(5)$

(I) Υπολογίστε τους  $f(1), f(2), f(5), f(3)$

(II) ν.δ.ο υπάρχει ένα τουλάχιστον  $x_1 \in (1,2) : f(x_1) = 0$

(III) ν.δ.ο υπάρχει ένα τουλάχιστον  $x_2 \in (1,3) : f'(x_2) = 0$

(IV) Αν  $h(x) = e^{x^2} \cdot f'(x)$ . (A) να βρείτε ένα υποσύνολο του  $[1,5]$  στο οποίο να εφαρμόζεται το  $\Theta$ -Rolle.

(B) ν.δ.ο υπάρχει ένα τουλ.  $\xi \in (1,5)$   
 $: f''(\xi) = 2\xi \cdot f'(\xi)$

Ασκηση ΗΜΕΡΑΣ (50)

Έστω  $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  τέτοιες ώστε:

- $x^2 f''(x) \neq -1 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

- $f(2) - f(1) = \ln 2 - 1$

- $g(x) = \ln x - x, x > 0$

(I) ν.δ.ο οι συναρτήσεις κλάσεις των  $f'$  και  $g'$  έχουν ένα μόνο κοινό σημείο με ζητημένη στο  $(1,2)$

(II) Να βρείτε σημείο  $A$  στη  $C_g$  που μεγιστοποιεί  $\vec{OA}$  να διέρχεται από το  $O(0,0)$ .

(III) Ένα σημείο  $M(x,y)$  κινείται πάνω στην  $C_g$  και κατά το  $M$  διέρχεται από το  $A$  η ταχύτητά του ελαττώνεται κατά  $\xi$  μ/sec. Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής της ταχύτητας του σημείου  $M$  τη χρονική στιγμή αυτή.