

ΑΓΚΗΘΗ 4 ΜΕΡΑΣ (4F)

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 + 1$, $x \in \mathbb{R}$.

α. Να βρείτε των εφαπτομένων (ε) της C_f που είναι παράλληλη στην ευθεία (ζ): $x - y = 2$

β. Ένα σημείο $M(x, y)$ με $x > 0$ κινείται στην C_f , η τεταμένη του M μεταβάλλεται με ρυθμό 2 m/sec . Να βρείτε τη χρονική στιγμή που το M διέρχεται από το σημείο επαφής της (ε) με την Σ_f :

(I) Το ρυθμό μεταβολής της γωνίας θ που σχηματίζει η OM με τον $x'x$.

(II) Το ρυθμό μεταβολής του εμβαδού του τριγώνου OMA όπου $A(3, 0)$, $O(0, 0)$ και $M(x, y)$.

ΑΓΚΗΘΗ 4 ΜΕΡΑΣ (4B)

Δίνεται συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, 2 φορές παραγωγίσιμη τ.ω!

$$f(x^2) - x^2 f(1-x) + 2f(x) = 3x^3 + 2x + 3, \quad x \in \mathbb{R}$$

α. I. Να βρείτε τις εφαπτομένες ϵ_1, ϵ_2 της C_f στα σημεία της $A(0, f(0))$ και $B(1, f(1))$ αντίστοιχα.

II. Υπολογίστε το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τις $\epsilon_1, \epsilon_2, x'x$.

III. Ένα σημείο $M(x, y)$, $x > 0$ κινείται στην $y = 3x^2$, να βρείτε το ρυθμό μεταβολής του εμβαδού του τριγώνου $(OM\Gamma)$ όπου $O(0, 0)$, $\Gamma(x, 0)$, τη χρονική στιγμή που το M περνά από το σημείο $\Delta(1, 3)$ της ϵ_2 και το x αυξάνεται με ρυθμό 2 m/sec .

β. ν.δ.ο η $g(x) = (f'(x) - f(x)) \cdot e^{3x}$ ικανοποιεί το Θ Rolle στο $[0, 1]$

γ. ν.δ.ο υπάρχει $\xi \in (0, 1)$: $f''(\xi) + 2f'(\xi) = 3f(\xi)$.