

Ασκηση Ημερας (81)

Εστω $f(x) = \frac{1}{x^2-1}$ (I). Να μελετήσετε την f ως προς τη
μονοτονία και τα σημεία ακρότητας.

(II) Να μελετήσετε την f ως προς την κυρτότητα.

(III) Να βρείτε τις ασύμπτωτες της f και
να κάνετε την γραφική παράστασή της.

(IV) Υπολογίστε το $\int_0^{1/2} \frac{1}{x^2-1} dx$

(V) Υπολογίστε το $\int_{\pi/3}^{\pi/2} \frac{1}{\eta \eta x} dx$.

Ασκηση Ημερας (82)

Εστω $f(x) = x + \sqrt{x^2+1}$

I. Να δείξετε ότι η f είναι \uparrow και κυρτή στο \mathbb{R} .

II. (α) ν.δ.ο $f(x) - f'(x) \cdot \sqrt{x^2+1} = 0$

(β) ν.δ.ο $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x^2+1}} dx = \ln(\sqrt{2}+1)$

III. ν.δ.ο $1 < \int_1^e \frac{f(\ln x)}{x} dx < 1 + \sqrt{2}$.

IV. Αν $g(x) = \ln f(x)$

(α) Να μελετήσετε την g ως προς την κυρτότητα
και τα σημεία κατάνυξης.

(β) Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της g στο 0.

(γ) ν.δ.ο $3g(x) > 2g\left(\frac{x}{2}\right) + g(2x), \forall x > 0$