

ΑΣΚΗΣΗ ΗΜΕΡΑΣ (79)

Δίνεται η συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με  $f(x) = (x+2) \cdot e^{-x}$

- α. Να μελετήσετε την  $f$  ως προς τη μονotonία και τα άκρατά.
- β. Ν.δ.ο η  $f$  η αντιστροφή είναι άκρως σημείο καμής.
- γ. Να βρείτε την εξίσωση εφαπτομένης ( $\epsilon$ ) στο σημείο καμής.

δ. Έστω  $F$  μια αρχική της  $f$  στο  $\mathbb{R}$ . με  $F(0) = 0$

I. ν.δ.ο η  $G(x) = F(x) + \frac{x^2}{2} - 2x$  παρουσιάζει ελάχιστο κοντά στο 0.

II. Να λύσετε την εξίσωση:  $F(e^{x-2}-1) = 2 \cdot (e^{x-2}-1) - \frac{(e^{x-2}-1)^2}{2}$ .

III. Ν.δ.ο  $\int_0^1 F(x) dx > \frac{5}{6}$ .

ΑΣΚΗΣΗ ΗΜΕΡΑΣ (80)

Δίνονται οι συναρτήσεις  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  και  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με

$$f(x) = ax^2 - 2 \ln x \quad \text{και} \quad g(x) = x + 1 - e^{x-1}$$

Αν ισχύει  $ax^2 - 2 \ln x \geq a \quad \forall x > 0$

I. Ν.δ.ο  $a = 1$

II. Να μελετήσετε τις  $f$  και  $g$  ως προς τη μονotonία και τα άκρατά. Να βρείτε το συνολο τιμών της  $f$ .

III. Να λύσετε την εξίσωση  $x^2 - x - 1 = 2 \ln x - e^{x-1}$  στο  $(0, +\infty)$

IV. Ν.δ.ο. η εξίσωση  $e^{f(f(x)-2022)} - e = 0$  έχει 2 ακριβώς επίς  $x_1 < x_2$  θετικής.

V. Ν.δ.ο υπάρχει μοναδικό  $x_0 \in (x_1, x_2)$  στο οποίο η εφαπτομένη της  $f$  να διέρχεται από το σημείο  $K(0, 2023)$

VI. Ν.δ.ο.  $\int_{\frac{1}{2}}^4 f(x) \cdot e^x dx > \frac{91}{8}$ .