

ΑΓΚΛΗΗ ΗΜΕΡΑΣ (77)

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = (x^2+2) \cdot e^x$, $g(x) = x^3 + ax^2 + 2(x+1)$
 και η $F(x) = (x^2 + bx + \gamma) \cdot e^x$. Αν γνωρίζουμε ότι η F είναι
 παράγωγο της f στο \mathbb{R} και ότι η g παρουσιάζει καμπή στο $x_0 = -\frac{1}{3}$.

I. Ν.δ.ο $a=1$, $b=-2$ και $\gamma=4$.

II. Ν.δ.ο η f είναι γνήσια αύξουσα και κυρτή στο \mathbb{R} .

III. Να λύσετε την ανίσωση: $x^2 - 3x + 2 < \ln \frac{(3x-2)^2 + 2}{x^4 + 2}$

IV. Ν.δ.ο υπάρχει μοναδικό $x_0 \in (0,1)$ τ.ω η εφαπτομένη
 στο $M(x_0, f(x_0))$ να διέρχεται από το $O(0,0)$.

V. Να υπολογίσετε το εμβαδόν των χωρίων που περικλείεται
 από την C_f , C_g και την $x=1$.

ΑΓΚΛΗΗ ΗΜΕΡΑΣ (78)

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(x) = (x^2 + a) \cdot e^{-x}$, $a \in \mathbb{R}$
 η οποία είναι κυρτή στο \mathbb{R} .

I. Ν.δ.ο η μικρότερη τιμή του $a \in \mathbb{R}$ είναι $a=2$

II. Για $a=2$

(α). ν.δ.ο η f γνήσια φθίνουσα στο \mathbb{R}

(β) Να βρείτε την ελάχιστη εφαπτομένης την C_f στο $x_0=0$
 και ν.δ.ο. $(\frac{x^2}{2} + 1) \geq e^x (1-x) \forall x \in \mathbb{R}$

(γ) ν.δ.ο $f(x) + f(3x) \geq 2f(2x) \forall x > 0$

(δ) ν.δ.ο $\int_2^4 f(x) dx < \int_1^2 f(x) dx + \frac{1}{3} \int_3^6 f(x) dx$