

### ΑΣΚΗΣΗ ΗΜΕΡΑΣ (69)

Δίνεται συνάρτηση  $f: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ , παραγωγίσιμη τέτοια ώστε  $f(0) = 0$  και  $1 - f'(x) = e^{f(x)-x} \forall x > -1$ .

α. Ν.δ.ο. η  $f(x) = x - \ln(x+1)$

β. Να μελετήσετε την  $f$  ως προς τη μονοτονία, τα ακρότατα και να βρείτε το σύνολο τιμών της.

γ. Να βρείτε τις αδύτητες της  $f$ .

δ. ν.δ.ο.  $x \geq \ln(x+1) \forall x \geq 0$

ε. (I) Ν.δ.ο. η  $f$  είναι κυρτή.

(II) ν.δ.ο.  $f(x+1) - f(x) < f'(x+1) \forall x > 0$

(III) Να βρείτε την ελάχιστη εφαπτομένη της  $f$  στο  $x_0 = 2$  και κενό η ν.δ.ο.  $x - 2 \geq 3 \ln(x+1) - 3 \ln 3$ .

### ΑΣΚΗΣΗ ΗΜΕΡΑΣ (70)

Έστω  $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με  $f(1) = g(1)$  και  $f'(x) - g'(x) = 23 \forall x \in \mathbb{R}$

Αν  $p_1 < 1 < p_2$  είναι οι ρίζες της  $f: f(p_1) = f(p_2) = 0$

α. (I) ν.δ.ο.  $f(x) - g(x) = 23(x-1) \forall x \in \mathbb{R}$ .

(II) ν.δ.ο. η  $g(x) = 0$  έχει 1 πραγματικό ρίζα στο  $(p_1, p_2)$

(III) να βρείτε την άμεση σχέση της  $f$  με την  $g$ .

(IV) ν.δ.ο.  $\exists$  1 πραγματικό  $\xi \in (p_1, p_2): g'(\xi) = -23$

(V) Αν η  $f'$  είναι  $\uparrow$  στο  $\mathbb{R}$  ν.δ.ο. η  $f$  έχει 1 ακρότατο στο  $\xi$ .

β. Αν η ευθεία  $\varepsilon: y = 3x - 7$  είναι αδύτητη της  $f$

στο  $+\infty$  (I) να βρείτε:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g(x)}{x}$  και  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g(x) + 3x + \eta \mu x}{x f(x) - 3x^2 + 1}$

(II) ν.δ.ο. η ευθεία  $\delta: y = -20x + 16$  είναι αδύτητη της  $g$  στο  $+\infty$ .