

Άσκηση Ημερας (67)

Έστω συνάρτηση f 2 φορές παραγωγίσιμη στο \mathbb{R} :

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - x^3}{x-1} = -4 \quad \text{και} \quad f''(x) < 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

Αν $f(3) = 1$ τότε (α): να βρείτε την εξίσωση εφαπτομένης στη C_f στο $A(1, f(1))$.

(β) να δοθεί υπάρχει μοναδικό $x_0 \in (1, 3)$ τέτοιο ώστε η f να παρουσιάζει μέγιστο.

(γ) να δοθεί η εξίσωση $f'(x^5 - x^4 + x^2) = f'(2x - f(1))$ έχει μοναδική ρίζα στο $(0, 1)$.

(δ) να υπολογιστεί το (I) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(5x-4) - f(3x-2)}{x-1}$

και (II) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+5h) - f(1-3h)}{h}$.

Άσκηση Ημερας (68)

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln x - \frac{x^2}{2}$, $x > 0$

α. Να μελετήσετε την f ως προς τη μονοτονία και τα άκρατα.

β. (I) να δ.ο. $\ln x \leq \frac{1}{2}(x^2 - 1) \quad \forall x > 0$

(II) Να λύσετε την εξίσωση $f(x) + f(x^2) = -1$.

γ. (I) να δ.ο. η f δεν έχει σημεία καμής.

(II) να λύσετε την εξίσωση: $\ln x = \frac{x^2}{2} - \frac{3}{2}x + 1 + \ln 2$, $x > 0$

δ. Να βρείτε τις ακρότατες της f .

ε. να δ.ο. $\forall x \in \mathbb{R}$ ισχύει: $\ln \frac{2x^2+3}{x^2+2} < \frac{3x^4+8x^2+5}{2}$

στ. να δοθεί η εξίσωση $2f(x) - \ln 2 = -\frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$ είναι αδύνατη