

ΑΣΚΗΣΗ ΗΜΕΡΑΣ (65)

Έστω $f(x) = 4x + \ln x - 3 - \frac{1}{x}$, $x > 0$

I. Να μελετήσετε την f ως προς τη μονotonία, να βρείτε τις ρίζες της f και το συνολο τιμών της.

II. Να μελετήσετε ως προς τη μονotonία και τα ακρότατα την $g(x) = 2x^2 - 2x - (1-x) \cdot (\ln x - 2)$

III. Ν.δ.ο $(1-x) \cdot (\ln x - 2) \leq 2x^2 - 2x \quad \forall x > 0$

IV. Ν.δ.ο οι $\varphi(x) = 2x^2 - 2x$ και $h(x) = (1-x) \cdot (\ln x - 2)$ έχουν ακριβώς ένα κοινό σημείο, το οποίο να βρείτε.

V. Πλήθος ριζών της εξίσωσης: $x^{x-1} = e^{4x - 2x^2 + a - 2}$, $a \in \mathbb{R}$

ΑΣΚΗΣΗ ΗΜΕΡΑΣ (66)

Έστω $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ παραγωγίσιμη με $f(1) = -\frac{1}{e}$ και $x f'(x) + e^x = -x f(x) \quad \forall x > 0$

I. Ν.δ.ο η $g(x) = e^x \cdot f(x) + \ln x$ είναι σταθερή στο $(0, +\infty)$ και ού η $f(x) = \frac{-1 - \ln x}{e^x}$.

II. Να μελετήσετε την f ως προς τη μονotonία και τα ακρότατα και να βρείτε το συνολο τιμών της.

III. Να λύσετε τις (α) $f(x) + f(x^3) = 2f(1)$
(β) $f(x) + (x-1)^{2024} = f(1)$

IV. Ν.δ.ο η εξίσωση: $e \cdot f(e^{1+2023 f(x)}) + 1 = 0$ έχει 2 ακριβώς είς δεξιές.