

ΑΣΚΗΣΗ ΗΜΕΡΑΣ (59)

Έστω η δύο φορές παραγωγίσιμη συνάρτηση $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ τέτοια ώστε :

$$\cdot x^3 f''(x) = e^{\frac{1}{x}}, x > 0$$

$$\cdot f(1) = e$$

$$\cdot f'(1) = 0$$

α. ν.δ.ο η $g(x) = f(x) - x \cdot e^{\frac{1}{x}}$ είναι σταθερή στο $(0, +\infty)$

και καθότι οτι η $f(x) = x \cdot e^{\frac{1}{x}}, x > 0$

β. Να ερευνήσετε την f ως προς τη μονοτονία και να βρείτε το σύνολο τιμών της.

γ. (Α) Να βρείτε τη μονοτονία της f'

(Β) ν.δ.ο $f(21) + f(23) > 2f(22)$

ΑΣΚΗΣΗ ΗΜΕΡΑΣ (60)

Έστω $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ παραγωγίσιμη τέτοια ώστε

$$f(1) = \ln 2 \quad \text{και} \quad x \cdot f'(x) + f(x) = \frac{1}{x+1}, x > 0$$

α. ν.δ.ο. $f(x) = \frac{\ln(x+1)}{x}$

β. Μονοτονία και σύνολο τιμών της f .

γ. ν.δ.ο: $(x^2+2)^{x^2+2} > (x^2+3)^{x^2+1}$

δ. Να συγκρίνετε τον αριθμούς $A = 2023^{2021}$ και $B = 2022^{2022}$

ε. ν.δ.ο υπάρχει μοναδικό $x_0 \in (1, 2)$: $f(x_0) = 2 - x_0$

στ. ν.δ.ο. $f(e^x) < f(1+x+\frac{x^2}{2}), \forall x > 0$