

ΑΣΚΗΣΗ ΗΜΕΡΑΣ (62)

Έστω $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ παραγωγίσιμη με συνεχή παράγωγο και $f'(x) \neq 0 \forall x \in \mathbb{R}$

επίσης: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - \sqrt{x+3} + 2}{x^2 - 1} = \frac{3}{8}$.

α. να βρείτε την ελάχιστη εφαρμοστένη της C_f στο $A(1, f(1))$.

β. ν.δ.η f είναι γνησίως αυξουσα και αντεστρεψίμη.

γ. να λύσετε την: $f(e^{-x} - x^3 \cdot e^{-x}) = 0$

δ. να λύσετε την: $f\left(\ln \frac{x^2+8}{9x}\right) > f(3\sqrt{x} - \sqrt{x^2+8})$ στο $(0, +\infty)$

ε. ν.δ.ο $\forall x \geq 0$: $f(x + x^3 + 6\sin x) \geq 0$

στ. υπολογίστε τα όρια: (I) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(2023)x^5 - 2x + 5}{f(10)x^4 + x + 2}$

(II) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1}$ και (III) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x^2-8)}{x-\sqrt{x+6}}$

ΑΣΚΗΣΗ ΗΜΕΡΑΣ (61)

Έστω $f, g: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(x) = \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{4x^2} - (\ln x)^2$.

και $g(x) = x^2 - \frac{1}{x^2} - 4 \ln x$

α. Να μελετήσετε τη μονοτονία και το πρόσημο της g .

β. ν.δ.ο. $f'(x) = \frac{g(x)}{2x}$ και να μελετήσετε την f ως προς μονοτονία.

γ. Να βρείτε τα $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ και το σύνολο τιμών της f .

δ. ν.δ.ο υπάρχει ένα τοπικό ελάχιστο $\xi_1 \in \left(\frac{1}{2}, 2\right)$: $f(\xi_1) = 0$

ε. ν.δ.ο υπάρχει ένα τοπικό ελάχιστο $\xi_2 \in (1, 2)$: $g(\xi_2) = 2\left(\frac{9}{16} - \ln \frac{9}{2}\right)$