

ΑΣΚΗΣΗ ΗΜΕΡΑΣ (51)

- I. Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = 3^x$ και $g(x) = 2x + 1$, $x \in \mathbb{R}$.
Να δείξετε ότι οι C_f και C_g έχουν ακριβώς δύο κοινά σημεία τα $A(0, 1)$ και $B(1, 3)$.
- II. Να βρείτε την συνάρτηση $h = f + g$, να δείξετε ότι είναι αντιστρέψιμη και να υπολογίσετε την παράστασή: $\pi = h^{-1}(h^{-1}(14)) + h^{-1}(6)$.
- III. Να λύσετε την εξίσωση: $3^{\sin x} - 3^{\cos x} = 2(\sin x - \cos x)$
στο $[0, 2\pi]$.
- IV. Να δείξετε ότι υπάρχει 1 τουλάχιστον σημείο $M(x_0, y(x_0))$, με $x_0 \in (1, 2)$, στο οποίο η εφαπτομένη της h να είναι παράλληλη στο (η) : $8x - y + 2023z$.

ΑΣΚΗΣΗ ΗΜΕΡΑΣ (52)

Έστω $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ παραγωγίσιμη και $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(5)x^2 - f(3)x - 2}{x-1} = 10$

- I. Να δείξετε ότι $f(3) = 5$ και $f(5) = 7$.
- II. Να δείξετε ότι υπάρχει 1 τουλάχιστον $x_1 \in (3, 4)$ και $x_2 \in (4, 5)$ τέτοιο ώστε: $f'(x_1) + f'(x_2) = 2$.
- III. Να δείξετε ότι υπάρχει 1 τουλάχιστον $x_0 \in (3, 5)$:
 $f(x_0) = 6$
- IV. Να δείξετε ότι υπάρχουν $\xi_1, \xi_2 \in (3, 5)$:
$$\frac{1}{f'(\xi_1)} + \frac{1}{f'(\xi_2)} = 2$$