

ΑΣΚΗΣΗ ΗΜΕΡΑΣ (41)

Δίνεται η $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + b & x \leq 1 \\ x^3 + 4x^2 - (a+1)x + 2b + 4, & x > 1 \end{cases}$

η οποία είναι παραγωγίσιμη στο $x_0 = 1$.

I. Να βρείτε τα $a, b \in \mathbb{R}$.

II. Να βρείτε την $f'(x)$ και την $f''(x)$

III. Υπολογίστε το $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{4x^2 + x + 1} + f'(x))$

IV. Υπολογίστε για τις διάφορες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ το όριο $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f'(x)}{(\lambda - 2)x - 6}$.

ΑΣΚΗΣΗ ΗΜΕΡΑΣ (42)

Έστω $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ συνεχής με $f(1) = \ln(1 + \sqrt{2})$ και

$$e^{2f(x)} - 2xe^{f(x)} = 1, x \in \mathbb{R}.$$

I. ν.δ.ο. $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$.

II. ν.δ.ο η f είναι πηλίκτυ.

III. Να βρείτε την $f'(x)$, $f''(x)$ και τα πρόσημα τους.

IV. α) ν.δ.ο. $f'(\arcsin x) = \sin x, \forall x \in (0, \pi/2)$

β) ν.δ.ο $(f(\arcsin x))' = \frac{1}{\sin x}, x \in (0, \pi/2)$

V. Να βρείτε τα όρια (α) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, (β) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.