

ΑΣΚΗΣΗ ΗΜΕΡΑΣ (39)

Δίνεται η συνεχής συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ για την οποία ισχύει:
 $\eta\mu x \cdot \eta\mu 4x \leq x \cdot f(x) \leq \eta\mu^2 2x + (\sin x - 1)^2, \forall x \in \mathbb{R}$

a. Να βρείτε την τιμή $f(0)$;

b. ν.δ.ο η f είναι παραγωγίσιμη στο 0 και να βρείτε τον $f'(0)$;

γ. Υπολογίστε $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - x^2 \cdot \eta\mu \frac{1}{x}}{\sqrt{x+4} - 2}$

δ. Υπολογίστε $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) \cdot f(3x) \cdot f(5x)}{x^3}$.

ΑΣΚΗΣΗ ΗΜΕΡΑΣ (40)

Δίνεται συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ παραγωγίσιμη στο $x_0 = 2$
 με $f'(2) = 3$ και $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f^2(2-h) - f^2(2)}{h} = 6$

I. ν.δ.ο $f(2) = -1$.

II. Αν $g(x) = \begin{cases} f(x) & x \leq 2 \\ x^2 + \ln x & x > 2 \end{cases}$ Να βρείτε τα $\delta, \epsilon \in \mathbb{R}$ οπ
 η g είναι παραγωγίσιμη στο 2.

III. Υπολογίστε $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(2x) + \sqrt{4x-3}}{x^2-1}$.

IV. Αν επισημώσω στα ϵ, η ισχύει:

• $f(2) - h(2) = 4$

• $f(x) \leq x^2 + h(x) \quad \forall x \in \mathbb{R}$

• h παραγωγίσιμη στο 2

Να βρείτε $h(2)$ και το $h'(2)$