

ΑΣΚΗΣΗ ΗΜΕΡΑΣ (37)

Έστω  $f(x) = \begin{cases} -(x+e^x) & x \leq 0 \\ \ln(x+1) - \frac{1}{e^x}, & x > 0 \end{cases}$

- α. ν.δ.ο η  $f$  είναι συνεχής στο  $\mathbb{R}$ .
- β. Να βρείτε το σύνολο τιμών της  $f$  και τα ολιγά ακρότατα της  $f$ .
- γ. ν.δ.ο η  $f(x)=0$  έχει ακριβώς 2 ρίζες ετερόσημες.
- δ. ν.δ.ο η εξίσωση:  $\frac{f(a)+1}{x-2} + \frac{f(b)+1}{x-3} = 0$

έχει μοναδικό ρίζα στο  $(2,3)$   $\forall a, b \in \mathbb{R}^*$ .

- ε. Να βρείτε το πλήθος ριζών της  $f(x)=k$ ,  $k \in \mathbb{R}$ .

ΑΣΚΗΣΗ ΗΜΕΡΑΣ (38)

Έστω  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  συνεχής ε.ω.  $f(0)=1$

και  $(f(x))^2 = x^2 f(x) + x^2 + a$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$ .  $a \in \mathbb{R}$ .

- α. ν.δ.ο.  $a=1$
- β. ν.δ.ο η  $f(x)=0$  δεν έχει πραγματική ρίζα
- γ. ν.δ.ο  $f(x) > 0 \forall x \in \mathbb{R}$
- δ. ν.δ.ο η  $f(x) = x^2 + 1$ ,  $x \in \mathbb{R}$
- ε. Αν επιλέξω  $g(x) = \sqrt{x-10}$

(I) Να βρείτε την  $g \circ f$ .

(II) Υπολογίστε το  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{(g \circ f)(x) - 4}{\eta\mu(x-5)}$

(III) ν.δ.ο η εξίσωση  $g(x) = \frac{1}{x+3}$  έχει μοναδικό ρίζα στο  $(10, 11)$ .