

Άσκηση Ημερας (9)

Δίνεται η συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με  $f(x) = 2^{-x} \cdot (e^{x+1} - 1)$ ,  $x \in \mathbb{R}$

α. Ν.δ.ο.  $f(x) = e \cdot \left(\frac{e}{2}\right)^x - \left(\frac{1}{2}\right)^x$ ,  $x \in \mathbb{R}$

β. Ν.δ.ο η  $f$  είναι συνεχής ως προς  $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  (2)

γ. Να λύσετε την ανίσωση:  $f(e^{x+1} - 2) < 0$

δ. ν.δ.ο  $f(2^x) + f(e^x) > f(3^x) + f(7^x) \quad \forall x < 0$

ε. Ν.δ.ο.  $e^{x^2+1} - 1 \geq (e-1) \cdot 2^{x^2} \quad \forall x \in \mathbb{R}$ .

Άσκηση Ημερας (10)

Δίνονται οι συναρτήσεις  $f(x) = \ln(x+1) - \ln x$  και  $g(x) = \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right)$ .

α. Εξετάστε αν οι  $f, g$  είναι ίσες. Αν όχι, να βρείτε το ευρύτερο δυνατό υποσύνολο του  $\mathbb{R}$  στο οποίο είναι ίσες.

β. Να βεβαιώσετε την  $f$  ως προς τη μονοτονία.

γ. Να λύσετε την ορίωση:  $f(x) + f(x^2) + f(x^3) = 3 \ln 2$ .

δ. Να λύσετε την ανίσωση:

$$\ln(x+1) - \ln \frac{e+1}{e^2} < 1 + \ln x.$$

ε. Ν.δ.ο.  $2022^2 > 2021 \cdot 2023$

η (Να συγκρίνετε τον αριθμούς  $A = \frac{2022}{2021}$ ,  $B = \frac{2023}{2022}$ )