

Άσκηση 4 μέρος (7)

Έστω $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R} : f\left(\frac{x}{e^2}\right) \leq \ln x \leq f(x) - 2, x > 0$

Α. Ν.δ.ο. η $f(x) = \ln x + 2, x > 0$.

Β. Να βρείτε το ελάχιστο κομμάτι της \mathbb{C}_f με τον x και να κάνετε την γραμμική παράσταση της f .

Γ. Αν επιπλέον η $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ έχει την ιδιότητα $2g(x) - g(1-x) = x^2 + 2x - 1, x \in \mathbb{R}$.

(I) Να προσδιορίσετε τον τύπο της g .

(II) Να κάνετε την γραμμική παράσταση της $h(x) = g(x-2)$

(III) Να βρείτε την σύνδεση της g με την f και να κάνετε την γραμμική παράσταση της.

Άσκηση 4 μέρος (8)

Δίνονται οι συναρτήσεις $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ και $g(x) = 3 - 3x, x \in \mathbb{R}$:

$$(f \circ g)(x) = -27 \left[(x-1)^3 + e^{3x} \right], x \in \mathbb{R}$$

(I) Ν.δ.ο η $f(x) = x^3 - 27e^{3-x}, x \in \mathbb{R}$

(II) Να μεγάλωστε την f ως προς τη μονοτονία.

(III) Να λύσετε την εξίσωση: $x^3 \cdot e^{x-3} = 27$ και να βρείτε το πρόσημο της f .

(IV) Να λύσετε την ανίσωση:

$$(x^2+3)^3 - (4x)^3 < 27 \left(e^{-x^2} - e^{3-4x} \right)$$