

Άσκηση 4 ημέρας (5).

Έστω $f(x) = \ln x$ και $g(x) = \frac{1-x}{1+x}$.

- α. Να βρείτε, αν ορίσεται, τις συναρτήσεις $g \circ f$ και $f \circ g$.
β. Εξετάστε αν ισχύει η ισότητα $g \circ f = f \circ g$.
γ. Ν.δ.ο $\forall x \in \mathbb{R} - \{ -1, 0 \}$ ισχύει: $g(x) + g\left(\frac{1}{x}\right) = 0$.

δ. Έστω $(g \circ f)(x) = h(x)$

(I) Να βρείτε πού η G_h τέμνει τον $x'x$.

(II) Να βρείτε ποτέ η G_h είναι πάνω και πόσο κάτω από τον άξονα $x'x$.

ε. Να δείξετε ότι η συνάρτηση $f \circ g$ είναι πεπεσμένη.

Άσκηση 4 ημέρας (6)

Δίνονται οι συναρτήσεις $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ και $g: (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$
με $f(x) = 1 + e^x$ και $(g \circ f)(x) = x + e^x, x > 0$

α. Ν.δ.ο η $g(x) = \ln(x-1) + x-1, x > 1$

β. Να βρείτε την βέλτιστη θέση της G_g με την εικόνα $y=x$

γ. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της h με:

$$h(x) = g(4-|x|) + f(g(2x+4))$$

δ. Αν επιπλέον ισχύει $(f \circ f)(x) = x^2 + 2, x \in \mathbb{R}$
να βρείτε την συνάρτηση $f(x) =$