

ΑΓΚΗΘΗ ΗΜΕΡΑΣ (25)

Δίνονται οι συναρτήσεις  $f(x) = e^x + x - 1$  και  $g(x) = \frac{x^3}{x+1} + kx + \lambda$ .

(I) Να μελετήσετε την  $f$  ως προς τη μονοτονία, να βρείτε τις ρίζες και το πρόσημο της  $f$ .

(II) Να λύσετε την ανίσωση:  $e^{x^2-x} - e^{x+3} < 2x - x^2 + 3$ .

(III) Για τις διαφορετικές τιμές των  $a \in \mathbb{R}$  να βρείτε το όριο:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(a)x^3 - x + 1}{(a-1) \cdot x^2 + 2x + 1}$$

(IV) Αν  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = p$ , όπου  $p \in ]\alpha, \beta[$  και  $f$ , να βρείτε τα  $k, \lambda \in \mathbb{R}$ .

ΑΓΚΗΘΗ ΗΜΕΡΑΣ (26)

Εστω πολυώνυμο  $P(x)$  τέτοιο ώστε:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{P(x)}{x^2 - 2x + 1} = 3 \quad \text{και} \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{P(x)}{x-1} = 3$$

(I) Να δείξετε ότι το  $P(x) = 3x^2 - 3x$

(II) Να βρείτε (α)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} P(x) = ?$ ; (β)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|P(x) - P(x) - 2| + 3}{P(x) + |P(x) + 5|}$

(III) Να βρείτε το  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \sqrt{\frac{P(x)}{3} + 1} + (\lambda - 2)x \right)$ ,  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

(IV) Αν  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \sqrt{\frac{P(x)}{3} + \beta x + \gamma} \right) = 0$  να

βρείτε τα  $\beta$  και  $\gamma \in \mathbb{R}$ .