

## Άσκηση 4 ΜΕΡΑΣ (19)

Δίνονται οι συναρτήσεις  $f(x) = \frac{x^3 + 3x}{x^2 - 1}$ ,  $g(x) = \frac{a}{x+1}$ ,  $\varphi(x) = \frac{b}{x-1}$ ,  $x \neq \pm 1$

α. Να βρείτε τα α, β ∈ ℝ ώστε να ισχύουν:

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{2}{3} \quad \text{και} \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{\varphi(x)} = 1$$

β. Αν  $a=3$  και  $b=2$  να λύσετε την εξίσωση:  

$$e^{x-a} = 1 - \ln(x-5) \quad (1)$$

γ. Αν  $x_0$  είναι η λύση της (1) υπολογίστε το όριο:  

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\sqrt{x-2} - x + 4}{x^2 - 7x + 6}$$

## Άσκηση 4 ΜΕΡΑΣ (20)

Δίνονται οι συναρτήσεις  $f(x) = \sqrt{x} - 1$  και  $g(x) = (x-2)^2$ .

I. Να βρείτε τις συναρτήσεις  $g \circ f$  και  $f \circ g$ .

II) Να βρείτε την  $f^{-1}$ .

III) Υπολογίστε τα όρια:

$$(a) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(f \circ g)(x)}{x^2 - 1} \quad (b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f^{-1}(x) - 1}{x} \quad (c) \lim_{x \rightarrow 9} \frac{(g \circ f)(x)}{x - \sqrt{x} - 6}$$

IV) Να κάνετε στο ίδιο σύστημα αξόνων τις γραφικές παραστάσεις των  $f$  και  $f^{-1}$ .