

60 ασκήσεις γεωμετρίας γυμνασίου με απαιτήσεις

α γυμνασίου: 10

β γυμνασίου: 25

γ γυμνασίου: 25

(συνολο: 60)

1.1 έκδοση : 15-08-2015

πηγή: www.mathematica.gr

από τον parmenides51

πρόλογος

Το παρόν αρχείο προκύπτει από την συνένωση τριων αρχείων με τίτλους "10 ασκήσεις γεωμετρίας α' γυμνασίου με απαιτήσεις", "25 ασκήσεις γεωμετρίας β' γυμνασίου με απαιτήσεις" και "25 ασκήσεις γεωμετρίας γ' γυμνασίου με απαιτήσεις" και είχα ετοιμάσει τον Μάιο του 2013, την εποχή που ήμουν μέλος στο mathematica.gr από ασκήσεις που είχαν ήδη προταθεί εκεί μέχρι τότε και είχαν μια παραπάνω δυσκολία από τις συνηθισμένες. Το όφελος της συνένωσης των τριων αρχείων σε ένα είναι οτι ο μαθητής και καθηγητής της β' γυμνασίου θα μπορεί να αξιοποιήσει και το υλικό της α' γυμνασίου κι αντίστοιχα ο μαθητής και καθηγητής της γ' γυμνασίου θα μπορεί να αξιοποιήσει και το υλικό των α' και β' γυμνασίου, εαν θέλει παραπάνω ασκήσεις μιας και θα είναι όλες στο ίδιο αρχείο.

περιεχόμενα

εξώφυλλο	σελ.01
10 ασκήσεις γεωμετρίας α' γυμνασίου	σελ.02-03
25 ασκήσεις γεωμετρίας β' γυμνασίου	σελ.04-09
25 ασκήσεις γεωμετρίας γ' γυμνασίου	σελ.10-14

αλλαγές έκδοσης 1.1

Πέρα από την συνένωση των τριων αρχείων σε ένα και την αρχική σελίδα, άλλαξε το λογότυπο από "mathematica.gr" σε "αγάπη των μαθηματικών" εφόσον με διέγραψαν από εκεί και άλλωστε δεν υπάρχει λόγος να φαίνεται σε καθαρά ατομική προσπάθεια το σήμα τους.

επιμέλεια:
parmenides51
[facebook](#)

δημιουργός των μαθηματικών ιστοσελίδων:
για την αγάπη των μαθηματικών: <http://parmenides51.blogspot.gr>
για τους ρομαντικούς της Γεωμετρίας: <http://parmenides52.blogspot.gr>

10 Ασκήσεις Γεωμετρίας Α' Γυμνασίου

21-5-2013

A1. Πάνω σε ένα ευθύγραμμο τμήμα AB παίρνουμε τυχαίο σημείο C . Φέρνουμε τις παράλληλες ημιευθείες Ax και By προς το ίδιο ημιεπίπεδο που ορίζει η ευθεία AB και πάνω στις Ax και By παίρνουμε τα σημεία D και E αντίστοιχα ώστε να είναι $AD = AC$ και $BE = BC$. Αν $\widehat{CAD} = 40^\circ$, να αποδείξετε ότι το τρίγωνο DCE είναι ορθογώνιο.

(Δημήτρης Ιωάννου)

A2. Δίνεται ένα αμβλυγώνιο και ισοσκελές τρίγωνο ABC με βάση την AC . Η μεσοκάθετος της πλευράς BC τέμνει την AC στο σημείο E . Αν η γωνία \widehat{ABE} είναι ορθή:

(α) Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ABC .

(β) Από τα σημεία A και C φέρνουμε τις ημιευθείες Ax και Cy ώστε να είναι $\widehat{BAx} = \widehat{BAC}$ και $Cy \parallel EB$. Αν οι ημιευθείες αυτές τέμνονται στο σημείο D , να εξηγήσετε γιατί θα πρέπει η ευθεία DB να είναι διχοτόμος της γωνίας D του τριγώνου ADC .

(Δημήτρης Ιωάννου)

A3. Προεκτείνουμε την βάση BC ισοσκελούς τριγώνου ABC κατά $CD = AB$ και την AB κατά $BE = \frac{BC}{2}$. Η ευθεία EH , όπου H είναι το μέσον της BC , τέμνει την ευθεία AD στο Z . Αν $\widehat{BAC} = 58^\circ$, να υπολογίσετε την γωνία \widehat{AZH} .

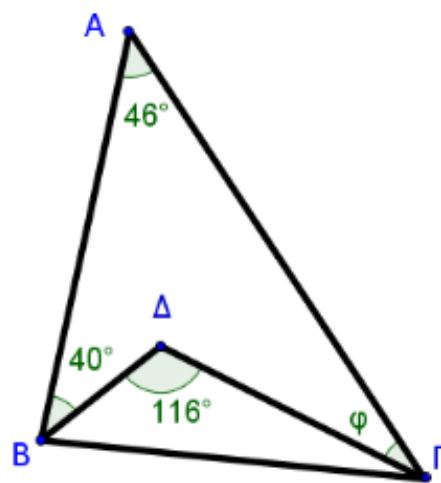
(Δημήτρης Ιωάννου)

A4. Πάλι έχουμε το τρίγωνο ABC με $AC > AB$. Πάνω στην AC παίρνουμε το σημείο D ώστε να είναι $AD = AB$. Αν γνωρίζουμε ότι και το τρίγωνο BDC είναι και αυτό ισοσκελές, να αποδείξετε ότι η γωνία ABC είναι τριπλάσια από την γωνία C .

(Δημήτρης Ιωάννου)

A5. Βρείτε τη γωνία ϕ στο διπλανό σχήμα.

(KARKAR)



A6. Το εμβαδόν ενός ορθογωνίου παραλληλογράμμου $ABCD$ είναι 72cm^2 . Αν M, N τα μέσα των πλευρών BC, CD αντίστοιχα, βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου AMN .

(Μιχάλης Νάννος)

προβλήματα

A7. Ένας Δήμος έχει μια τετράγωνη πλατεία. Αγόρασε όμως και το διπλανό τετραγωνικό οικόπεδο για να μεγαλώσει την πλατεία με συνέπεια το εμβαδόν της νέας πλατείας να διπλασιαστεί και να γίνει ένα ορθογώνιο με εμβαδόν 72 τετραγωνικά μέτρα. Αν ο Δήμος θέλει να περιφράξει την πλατεία με κάγκελο, πόσο θα του κοστίσει η περίφραξη, αν γνωρίζουμε ότι για κάθε μέτρο κάγκελο χρειάζεται 50 ευρώ;

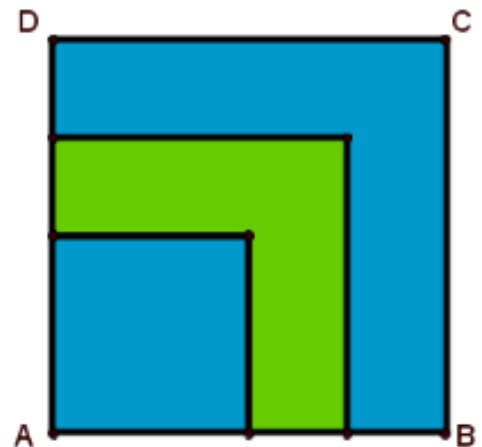
(Μπάμπης Στεργίου)

A8. Αν το εμβαδόν μιας μικρής πλατείας σχήματος τετραγώνου μειωθεί κατά 20%, τότε θα προκύψει μια μικρότερη τετράγωνη πλατεία με πλευρά 10 μέτρα. Πόσο τοις εκατό θα πρέπει να αυξήσουμε το εμβαδόν της ίδιας πλατείας, για να πάρουμε μια πλατεία με εμβαδόν 200 τετραγωνικά μέτρα;

(Μπάμπης Στεργίου)

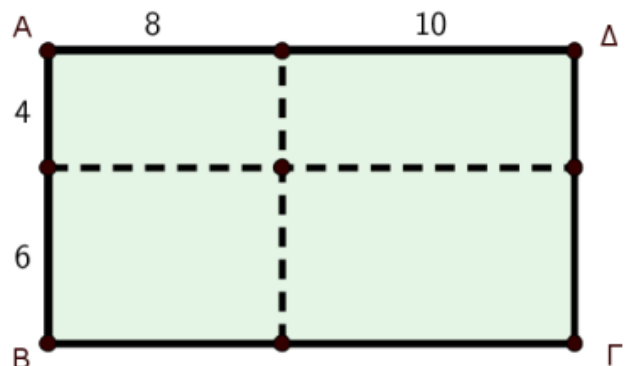
A9. Πισίνα έχει σχήμα τετραγώνου $ABCD$, αλλά το νερό διακόπτεται από διάδρομο πρασίνου, ο οποίος δημιουργήθηκε από τα τετράγωνα με πλευρές AM, AN όπου M μέσο του AB και N μέσο του MB . Αν το εμβαδόν της υδάτινης επιφάνειας είναι 99m^2 , πόσο είναι το εμβαδόν του πρασίνου;

(KARKAR)



A10. Τέσσερις γείτονες, ο Αγρότης, ο Βουκόλος, ο Γεωργός και ο Δενδροκόμος αποφασίζουν να σκάψουν τον κήπο $AB\Gamma\Delta$, σχήματος ορθογωνίου, του οποίου ο καθένας είναι ιδιοκτήτης ανάλογα με το γράμμα της κορυφής (οι διαστάσεις σε m). Δουλεύουν μια μέρα και οι 4, μαζί με έναν εργάτη που τον πληρώνουν 45 €, και τελειώνουν τη δουλειά. Πώς πρέπει να γίνει η κατανομή των εξόδων, ώστε κανείς να μην είναι αδικημένος;

(KARKAR)

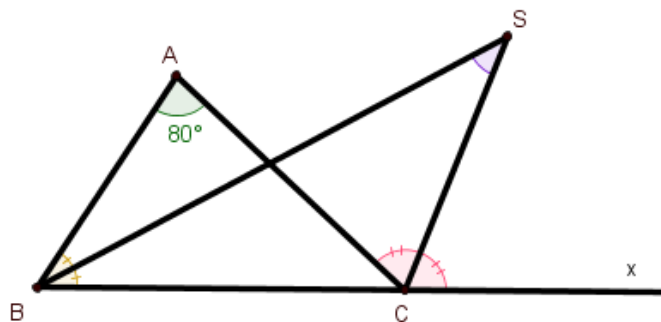


25 Ασκήσεις Γεωμετρίας Β' Γυμνασίου

25-5-2013

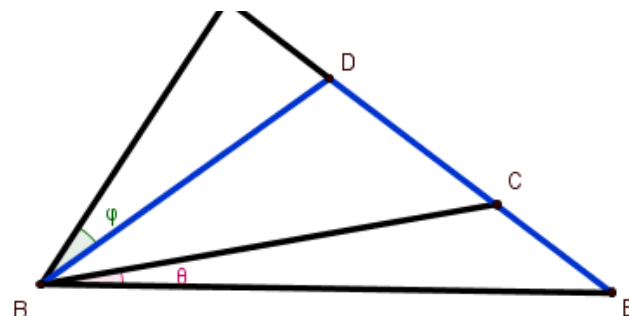
B1. Η διχοτόμος της γωνίας \hat{B} και η διχοτόμος της εξωτερικής γωνίας $\widehat{A\epsilon\xi}$ τέμνονται στο S . Βρείτε τη γωνία \hat{S} .

(KARKAR)



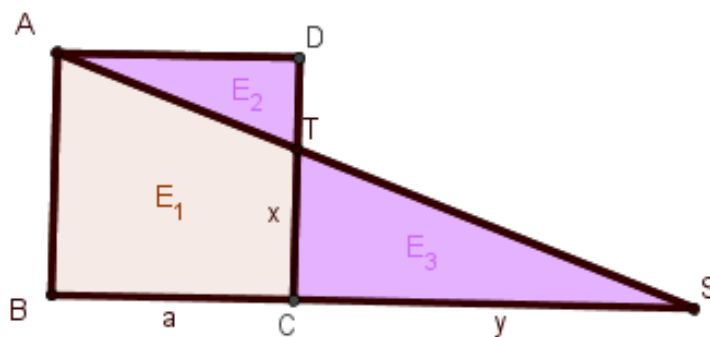
B2. Το τρίγωνο ABC είναι ισοσκελές ($AB = AC$). Στην πλευρά AC , παίρνω τυχαίο σημείο S και στην προέκταση της AC , σημείο T , τέτοιο ώστε $ST = SB$. Δείξτε ότι $\phi = 2\theta$.

(KARKAR)



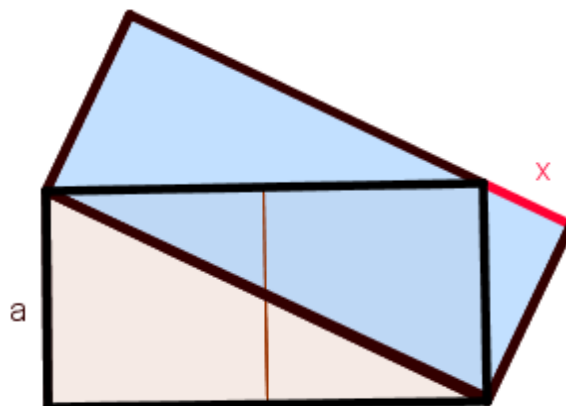
B3. Στην προέκταση της πλευράς $AB = a$, τετραγώνου $ABCD$, κινείται σημείο S . Το τμήμα SD τέμνει την BC στο T .
 α) Σε ποιά θέση πρέπει να βρεθεί το S , ώστε $E_1 = E_2 + E_3$;
 β) Όταν το S βρίσκεται στην θέση ώστε $E_1 = E_2 + E_3$ να βρείτε το μήκος $x = BT$.

(KARKAR, parmenides51)



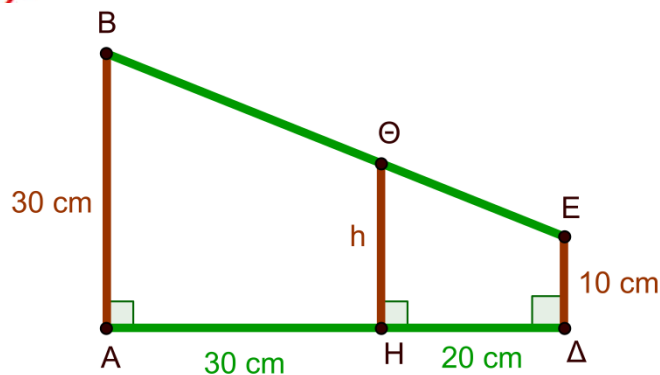
B4. Το ένα ορθογώνιο αποτελείται από δύο τετράγωνα πλευράς a .
 α) Συγκρίνατε τα εμβαδά των δύο ορθογωνίων.
 β) Βρείτε, συναρτήσει της a , το τμήμα x .

(KARKAR)



B5. Υπολογίστε το h στο παρακάτω σχήμα.

(Πάυλος Μαραγκουδάκης)



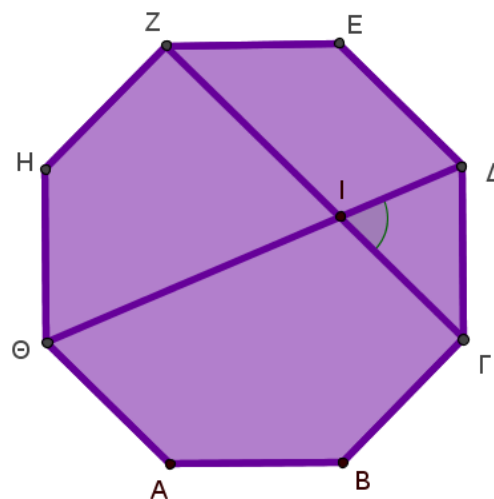
B6. Δίνονται τα σημεία $A(2,1), B(3,4), \Gamma(6,6), \Delta(14,6), E(6,1)$.

Υπολογίστε το εμβαδόν του πενταγώνου $AB\Gamma\Delta E$.

(Πάυλος Μαραγκουδάκης)

B7. Σε κύκλο είναι εγγεγραμμένο τετράγωνο, εμβαδού E_1 . Σε ημικύκλιο του ίδιου κύκλου είναι εγγεγραμμένο τετράγωνο, εμβαδού E_2 . Βρείτε τον λόγο $\frac{E_2}{E_1}$.

(KARKAR)



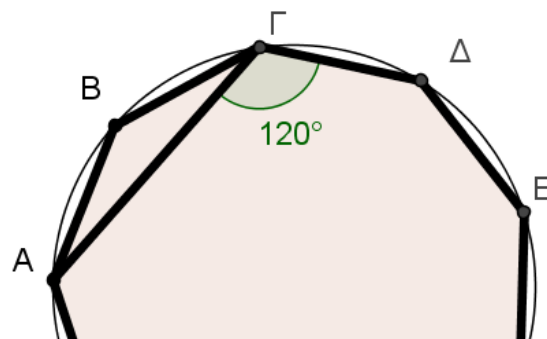
B8. Έχουμε το κανονικό οκτάγωνο $AB\Gamma\Delta E\text{ΖΗ}\Theta$. Οι διαγωνίες του $\Gamma\text{Ζ}$ και $\Delta\Theta$ τέμνονται στο I . Να υπολογίσετε τη γωνία

$\widehat{\Gamma\text{I}\Delta}$.

(Πάυλος Μαραγκουδάκης)

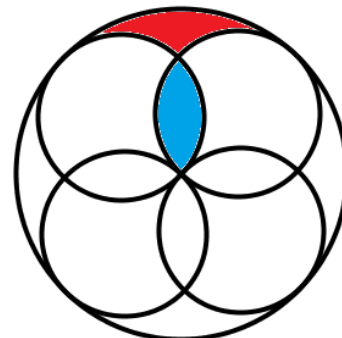
B9. Αν η γωνία $\widehat{A\Gamma\Delta}$ του κανονικού πολυγώνου του σχήματος είναι ίση με 120 μοίρες, πόσες πλευρές έχει το πολύγωνο αυτό;

(Μπάμπης Στεργίου)



B10. Στο σχήμα οι τέσσερις εσωτερικοί κύκλοι είναι ίσοι, περνάνε από το κέντρο του μεγάλου κύκλου και τα κέντρα τους σχηματίζουν τετράγωνο. Να αποδείξετε ότι τα δύο χρωματιστά χωρία έχουν ίσα εμβαδά.

(Μπάμπης Στεργίου)



προβλήματα

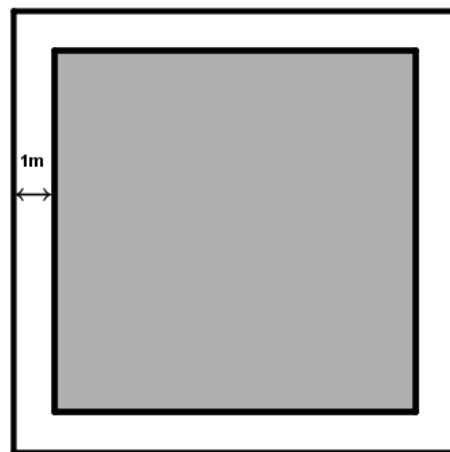
- B11.** Μερικοί ιστορικοί ισχυρίζονται ότι οι αρχαίοι Αιγύπτιοι χρησιμοποιούσαν ένα σχοινί με δύο κόμπους για να κατασκευάζουν ορθές γωνίες. Αν το μήκος του σχοινιού είναι $12m$ και ο ένας κόμπος είναι στο σημείο X το οποίο απέχει $3m$ από το ένα άκρο, σε ποια απόσταση από το άλλο άκρο του σχοινιού πρέπει να μπει ο δεύτερος κόμπος για να κατασκευασθεί ορθή γωνία;



(Γιώργος Ρίζος)

- B12.** Ένας κήπος σχήματος τετραγώνου, όπως δείχνει το σχήμα, περιβάλλεται από έναν διάδρομο με πλάτος 1 μέτρο. Αν ο διάδρομος έχει εμβαδόν 40 τμ, πόσο είναι το εμβαδόν του κήπου;

(Μπάμπης Στεργίου)



- B13.** Ένα πλοίο ξεκινάει από το λιμάνι A και ταξιδεύει 5 μίλια νότια, στη συνέχεια 6 μίλια ανατολικά, ξανά 3 μίλια νότια και αγκυροβολεί στο λιμάνι B . Πόσα μίλια απέχει το λιμάνι A από το λιμάνι B ;

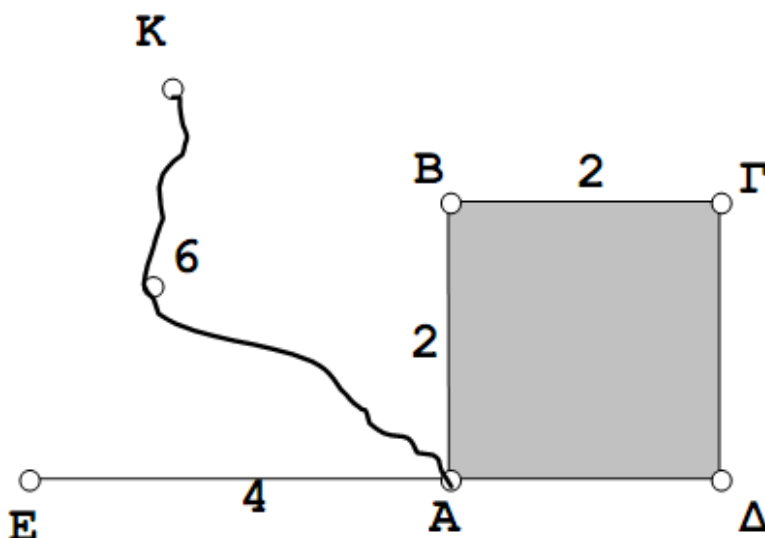
(Μπάμπης Στεργίου)

- B14.** Ανάμεσα σε δύο πύργους οι οποίοι έχουν ύψος 40 και 30 μέτρα αντίστοιχα και απέχουν μεταξύ τους 50 μέτρα, υπάρχει ένα συντριβάνι. Δύο πουλιά που πετούν από τους δύο πύργους προς τα κάτω με την ίδια ταχύτητα φτάνουν στο συντριβάνι ταυτόχρονα. Πόσο απέχει το συντριβάνι από τους δύο πύργους;

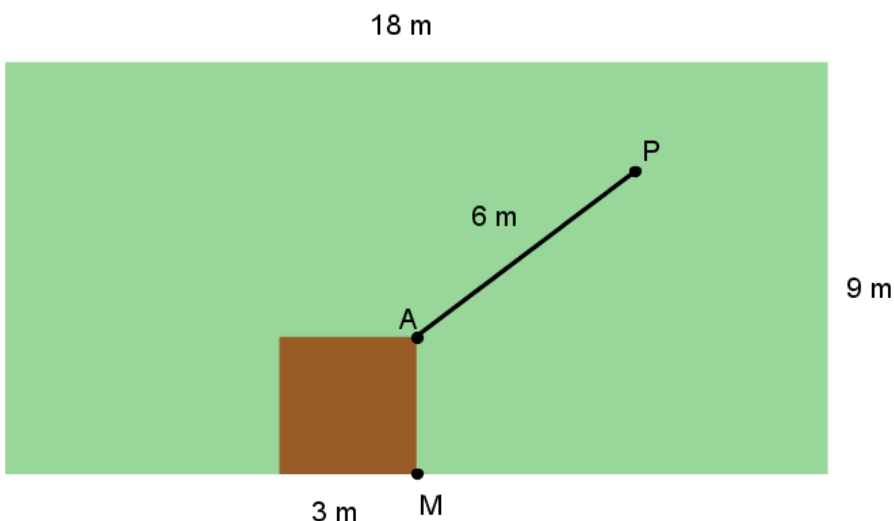
(Αρσενόη)

- B15.** Μια κατσίκਾ (K) είναι δεμένη με σκοινί μήκους $6m$ στο σημείο που είναι η γωνία ενός μικρού τετραγώνου κτίσματος $ABΓΔ$ με πλευρά $2m$. Το τμήμα $EA = 4m$ είναι φράχτης το οποίο το αγαπητό μας ζωάκι δεν μπορεί να υπερπηδήσει. Να βρείτε το εμβαδόν της περιοχής στο οποίο θα βοσκήσει το ζωντανό.

(nonlinear)



B16. Κάτοχος αγελάδας διαθέτει οικόπεδο ορθογώνιο διαστάσεων 18 m και 9 m . Από το μέσο M της μεγάλης πλευράς και αριστερά, είναι κτισμένη τετράγωνη αποθήκη πλευράς 3 m . Στη γωνία P είναι δεμένο σκοινί μήκους 6 m , στου οποίου το άλλο άκρο, είναι δεμένη η αγελάδα. Να βρεθεί η επιφάνεια του γρασιδιού που μπορεί να φαγωθεί.



(KARKAR)

B17. Ένα μυρμήγκι κινείται πάνω στην ευθεία με εξίσωση $y = 3x - 3$. Στην αρχή των αξόνων είναι η φωλιά του. Ποια είναι η μικρότερη απόσταση που μπορεί να βρεθεί το μυρμήγκι από την φωλιά του;

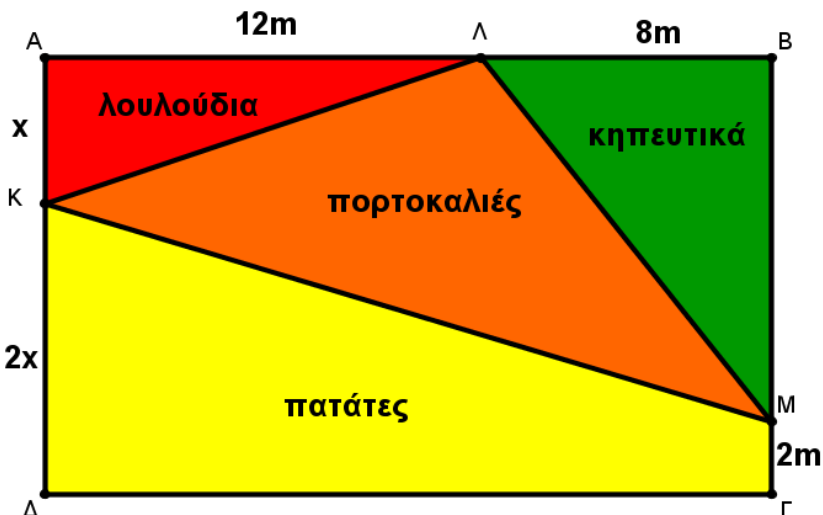
(Δημήτρης Ιωάννου)

για επανάληψη

B18. Ο κ. Μανώλης έχει ένα ωραίο περιβολάκι σχήματος ορθογώνιου παραλληλογράμμου. Ένα μέρος έχει πορτοκαλιές, αλλού έχει λουλούδια, σε ένα άλλο μέρος έχει βάλει πατάτες και στο υπόλοιπο έχει κηπευτικά. Ο γιος του αντί να πιάσει καμιά τσάπα να τον βοηθήσει, κάνει υπολογισμούς. Παρατήρησε λοιπόν ότι το εμβαδόν του τριγώνου $ΒΛΜ$ με τα κηπευτικά ισούται με το 40% του εμβαδού του τραπεζίου $ΚΜΓΔ$ με τις πατάτες.

- Βρείτε το x .
- Βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου $ΚΛΜ$ με τις πορτοκαλιές.
- Δείξτε ότι το τρίγωνο με τις πορτοκαλιές δεν είναι ορθογώνιο.

(Παύλος Μαραγκουδάκης)



B19. Έστω τετράγωνο $ABCD$ πλευράς $\sqrt{2}$ εγγεγραμμένο σε κύκλο.

Αν E τυχαίο σημείο του τόξου \widehat{AB} :

α) Να αποδείξετε ότι $\widehat{AEB} = 3\widehat{BEC}$

β) Να βρεθεί το εμβαδό του κύκλου.

γ) Ποιά είναι η διχοτόμος της \widehat{AEC} ;

δ) Ποιά είναι η θέση του σημείου E ώστε το τρίγωνο DEC να είναι ισοσκελές με βάση το DC ;

ε) Ποιά είναι τότε, το εμβαδό του τριγώνου DEC ;

(Κώστας Καπένης)

B20. Δίνονται τα σημεία $A(0,3)$, $B(4,0)$, $\Gamma(8,0)$ και $\Delta(0,6)$.

α) Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ και να αποδείξετε ότι είναι παράλληλες.

β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τραπεζίου $AB\Gamma\Delta$.

γ) Να υπολογίσετε την απόσταση των ευθειών $\varepsilon_1, \varepsilon_2$.

(Παύλος Μαραγκουδάκης)

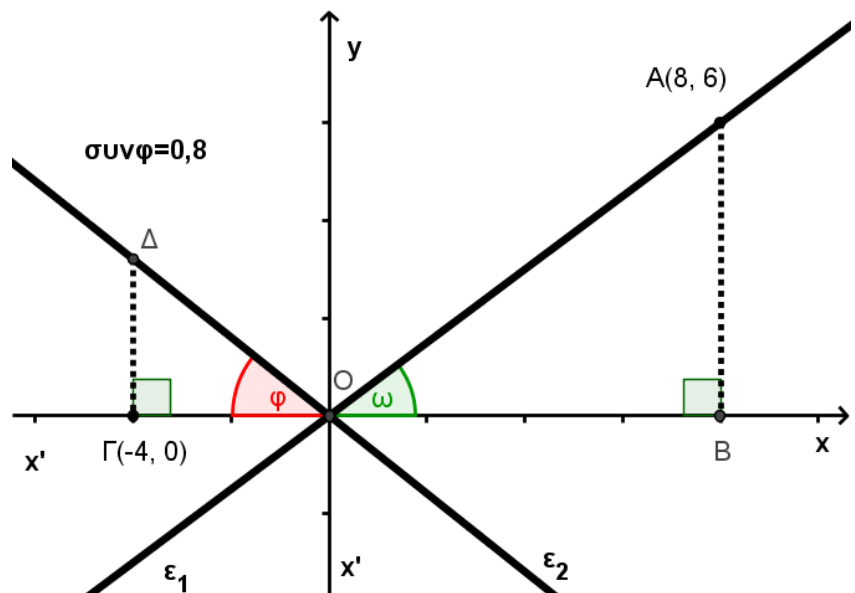
B21. Στο παρακάτω σχήμα δίνονται οι γραφικές παραστάσεις δυο ευθειών ε_1 και ε_2

α) Να υπολογιστούν οι αποστάσεις OA και OD

β) Να υπολογιστούν οι τριγωνομετρικοί αριθμοί των γωνιών ω και ϕ

γ) Να γραφούν οι εξισώσεις των συναρτήσεων που αντιστοιχούν στις ευθείες ε_1 και ε_2

(Κώστας Μαλλιάκας)



B22. Στο επίπεδο θεωρούμε τα σημεία $O(0,0)$, $A(1,4)$, $B(5,4)$, $\Gamma(8,0)$.

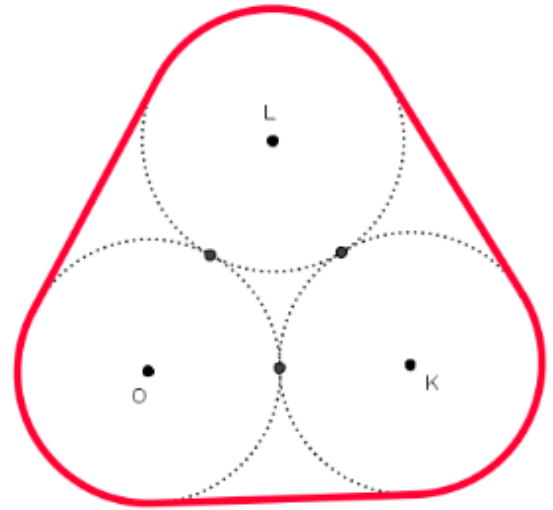
α) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τραπεζίου $OAB\Gamma$ καθώς και των τριγώνων OAG και $AB\Gamma$

β) Να βρεθεί η συνάρτηση της ευθείας OA .

(Κώστας Μαλλιάκας)

B23. Τρεις ίσοι κύκλοι, ακτίνας $2m$ ο καθένας, είναι τοποθετημένοι όπως φαίνεται στο σχήμα. Βρείτε το μήκος της κόκκινης γραμμής, καθώς και το εμβαδόν της επιφάνειας που περικλείει.

(KARKAR)

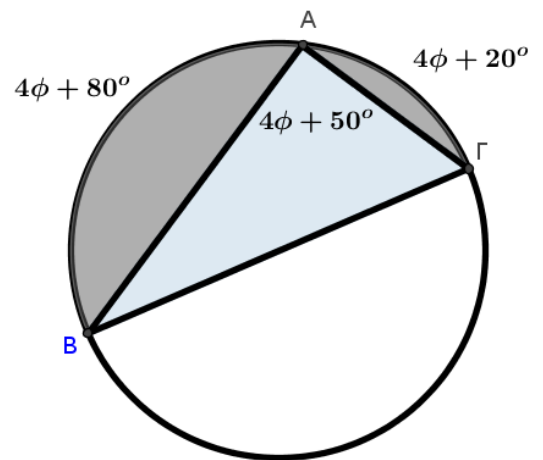


B24. Ένα τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο με ακτίνα $3cm$. Γνωρίζουμε ότι $\hat{A} = 4\phi + 50^\circ$, $\widehat{A\Gamma} = 4\phi + 20^\circ$, $\widehat{AB} = 4\phi + 80^\circ$ όπου ϕ είναι μία άγνωστη γωνία.

α) Να βρείτε τη γωνία ϕ καθώς και τις γωνίες του τριγώνου $AB\Gamma$.

β) Να υπολογίσετε τα μήκη των τόξων $\widehat{AB}, \widehat{B\Gamma}, \widehat{\Gamma A}$.

γ) Να υπολογίσετε το εμβαδόν της γκρι περιοχής.



(Παύλος Μαραγκουδάκης)

B25. Δίνονται τρεις κύκλοι με κέντρα K, M, Λ και αντίστοιχες

διάμετρους $\delta_1 = \frac{3x}{5}$, $\delta_2 = \frac{6x}{15}$ και $B\Gamma$. Δίνεται

επίσης $AB = 8cm$, $A\Gamma = 6cm$.

α) Να βρεθεί ο αριθμός x και οι ακτίνες ρ_1, ρ_2, ρ_3 των κύκλων με κέντρα K, Λ, M αντίστοιχα.

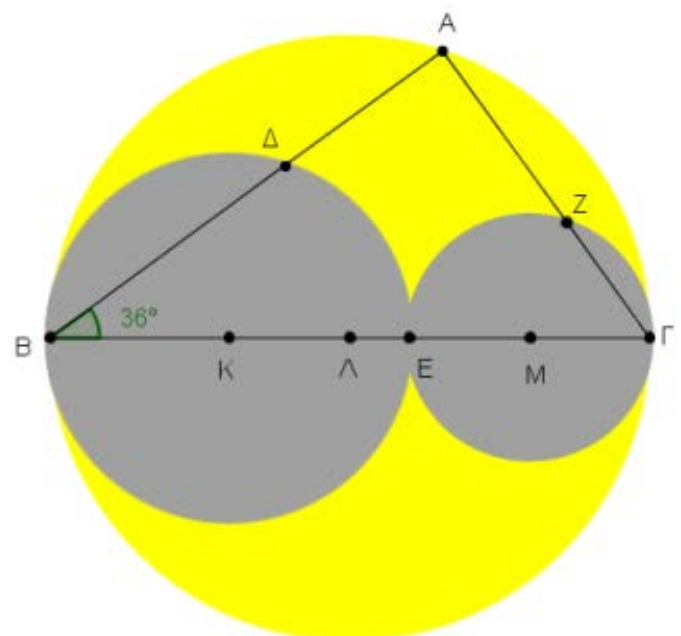
β) Να υπολογίσετε τις περιμέτρους των τριών κύκλων.

γ) Να υπολογιστεί το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.

δ) Να υπολογιστεί το εμβαδόν της κίτρινης επιφάνειας

ε) Αν η γωνία \hat{B} είναι 36 μοίρες, να υπολογιστεί το εμβαδόν του κυκλικού τομέα (ΔKE) και του κυκλικού τομέα (MZE) .

(Χρήστος Κανάβης)



25 Ασκήσεις Γεωμετρίας Γ' Γυμνασίου

26-5-2013

1. Σε έναν κύκλο παίρνουμε τις ίσες χορδές AB και CD , έτσι ώστε το τόξο \widehat{AC} να είναι μικρότερο από το τόξο \widehat{BD} . Οι εφαπτομένες του κύκλου στα A και C τέμνονται στο σημείο P . Να αποδειχθεί ότι $PB = PD$.

(Μπάμπης Στεργίου)

2. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ABC (με υποτείνουσα BC) και γωνία \widehat{B} ίση με 60 μοίρες. Φέρνουμε το ύψος AH και στην προέκταση της AB παίρνουμε τμήμα $BD = BH$. Να αποδείξετε ότι $AD = HC$.

(Δημήτρης Ιωάννου)

3. Θεωρούμε τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\widehat{A} = 90^\circ$, $A\Gamma = \beta$, $AB = \gamma$ και $A\Delta$ διχοτόμος του. Να βρεθεί το μήκος της $\delta_\alpha = A\Delta$, σε σχέση με τα μήκη β, γ των κάθετων πλευρών του τριγώνου.

(Γιώργος Μήτσιος)

4. Σε ορθογώνιο τρίγωνο με μήκη κάθετων πλευρών $AB = 24$, $AC = 32$, η μεσοκάθετος της υποτείνουσας τέμνει την AC στο N . Υπολογίστε το λόγο $\frac{AM}{BN}$.

(KARKAR)

5. Σε ένα τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι $\widehat{B} = 2\widehat{\Gamma}$ και $\alpha = 2\gamma$. Να αποδείξετε ότι $\widehat{A} = 90^\circ$.

(Αρσενόη)

6. Δύο χορδές ενός ημικυκλίου με μήκη 8 και 10 είναι παράλληλες προς τη διάμετρο και απέχουν κατά 1 . Βρείτε το μήκος της διαμέτρου.

(KARKAR)

7. Σε τραπέζιο $ABEC$ με $\widehat{A} = \widehat{B} = 90^\circ$, οι διαγώνιοι AE, BC τέμνονται κάθετα στο D . Αν $(AEC) = 30$ και $AD = \frac{60}{13}$, να βρείτε το ύψος του τραpezίου.

(tyrakos)

Γ8. Στο ορθογώνιο $ABCD$ είναι $AB = 6$ και $BC = 4$. Εντοπίστε τις θέσεις των S, T , επί των AB, BC αντίστοιχα, ώστε να είναι $(ADS) = (SBT) = (DCT)$.

(KARKAR)

Γ9. Έστω τρίγωνο ABC και D, E τα μέσα των AB, AC αντίστοιχα. Αν K τυχαίο σημείο της BC να δείξετε ότι $(KDE) = \frac{1}{4}(ABC)$

(Κώστας Καπένης)

Γ10. Στο παραλληλόγραμμο $ABCD$ το M είναι το μέσο της AB , ενώ AC και DM τέμνονται στο S . Βρείτε τι μέρος του $(ABCD)$ είναι το (SMC) .

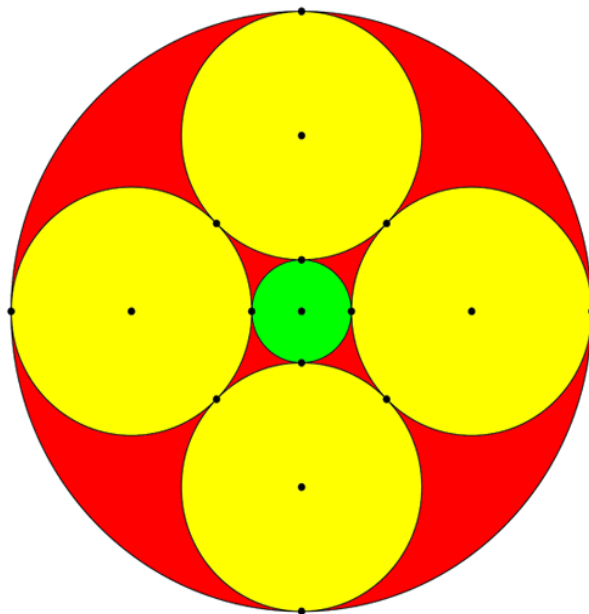
(KARKAR)

Γ11. Στην κορυφή B ενός παραλληλογράμμου $ABCD$ με την γωνία \hat{A} οξεία, φέρω κάθετη προς την BA , η οποία τέμνει τη διαγώνιο AC , στο E . Αν $BA = 4, BE = 3, BC = 6$, να συγκριθούν τα εμβαδά και οι περιμέτροι των τριγώνων ABE και ADE .

(KARKAR)

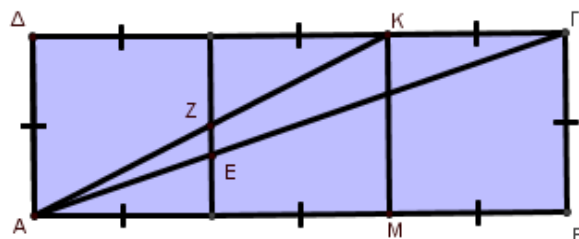
Γ12. Τέσσερις ίσοι κίτρινοι κύκλοι, ακτίνας $1cm$ ο καθένας, εφάπτονται μεταξύ τους και με μικρό πράσινο και με μεγάλο κόκκινο κύκλο, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Βρείτε τις ακτίνες του μικρού και του μεγάλου κύκλου αν αυτοί είναι ομόκεντροι.

(Μιχάλης Νάννος)



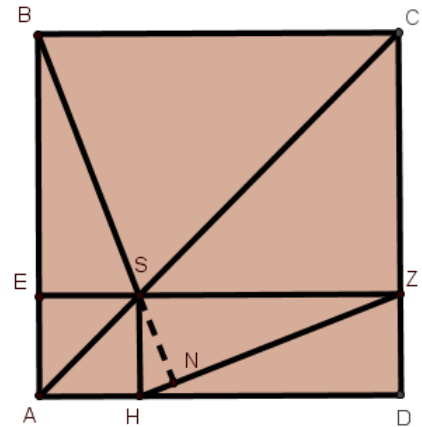
Γ13. Στο σχήμα έχουμε τρία τετράγωνα πλευράς 1 τοποθετημένα το ένα δίπλα στο άλλο. Να βρεθεί το μήκος του τμήματος ZE

(Παναγιώτης Γιαννόπουλος)



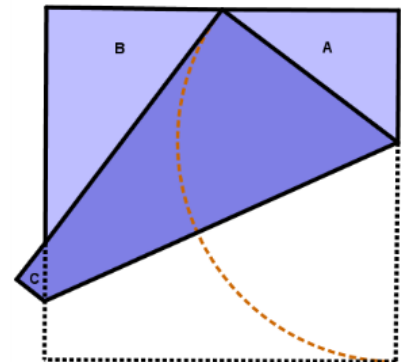
Γ14. Από σημείο S της διαγωνίου AC ενός τετραγώνου $ABCD$, φέρω παράλληλη προς την AD , η οποία τέμνει τις AB, CD στα E, Z αντίστοιχα. Επίσης φέρω $SH \perp AD$. Δείξτε ότι $BS = HZ$ και επίσης ότι $BS \perp HZ$.

(KARKAR)



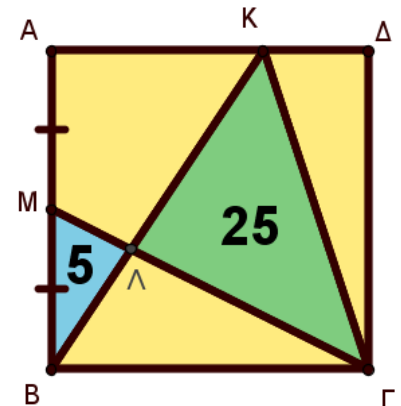
Γ15. Στο διπλανό σχήμα ένα τετράγωνο πλευράς 12 διπλώνεται ώστε η κάτω δεξιά κορυφή του τετραγώνου ταυτιστεί με το μέσον της πάνω πλευράς. Να υπολογιστούν οι κάθετες πλευρές των σχηματιζομένων ορθογωνίων τριγώνων A, B, C .

(Παναγιώτης Γιαννόπουλος)



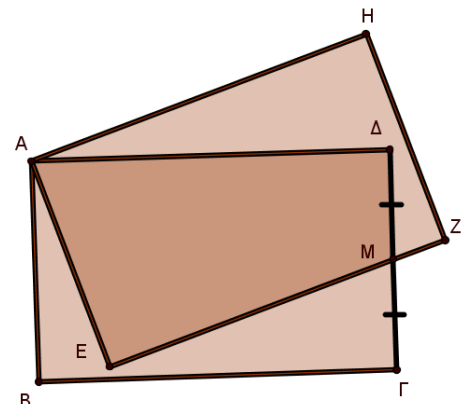
Γ16. Στο τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$ το M είναι το μέσο της AB και τα τρίγωνα $B\Lambda M$ και $\Gamma\Lambda K$ έχουν εμβαδά 5 και 25 τετραγωνικές μονάδες αντίστοιχα. Βρείτε την πλευρά του τετραγώνου $AB\Gamma\Delta$.

(Μιχάλης Νάννος)



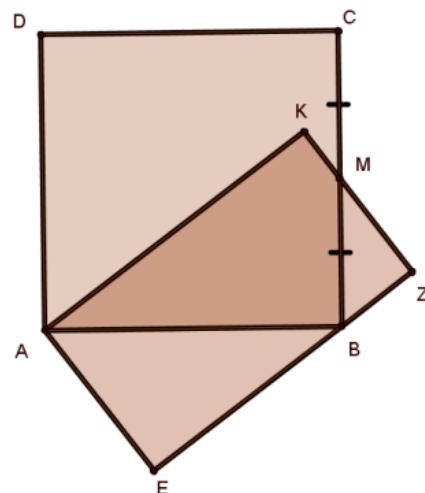
Γ17. Στο παρακάτω σχήμα τα δύο ορθογώνια $AB\Gamma\Delta$ και $AEZH$ είναι ίσα. Η πλευρά EZ διχοτομεί την πλευρά $\Gamma\Delta$. Αν $AB = 8$ και $MZ = 2$, να βρεθεί το εμβαδόν του μη επικαλυπτόμενου χωρίου των δύο ορθογωνίων.

(Μπάμπης Στεργίου)



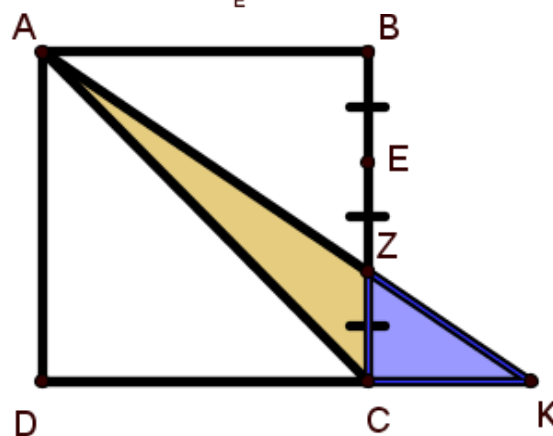
Γ18. Δίνεται τετράγωνο $ABCD$ πλευράς 20 και ορθογώνιο παραλληλόγραμμο AZK με $AE = 12$. Η πλευρά EZ περνάει από το σημείο B και η πλευρά ZK τέμνει την BC στο μέσο της M . Βρείτε το εμβαδόν του τετραπλεύρου $ABMK$.

(Μιχάλης Νάννος)



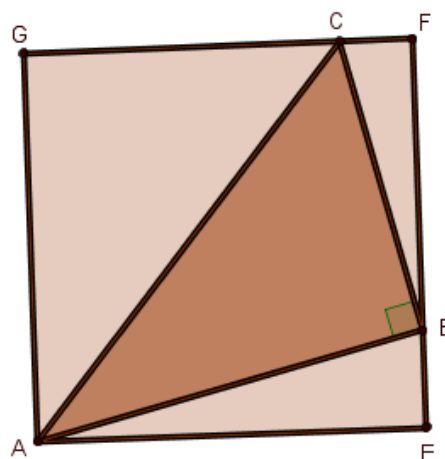
Γ19. Τριχοτομούμε την πλευρά BC ($BE = EZ = ZC$) τετραγώνου $ABCD$ και θέτουμε K το σημείο τομής των τμημάτων AZ, DC . Να βρεθεί ο λόγος $\frac{(KZC)}{(AZC)}$.

(Μιχάλης Νάννος)



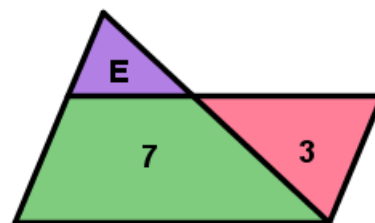
Γ20. Να υπολογίσετε το εμβαδό του τετραγώνου $AEFG$, αν το τρίγωνο ABC είναι ορθογώνιο με πλευρές $AB = 4$, $BC = 3$, $AC = 5$ (τα σημεία B, C ανήκουν στις πλευρές EF, FG αντίστοιχα).

(Βασίλης Μαυροφρύδης)



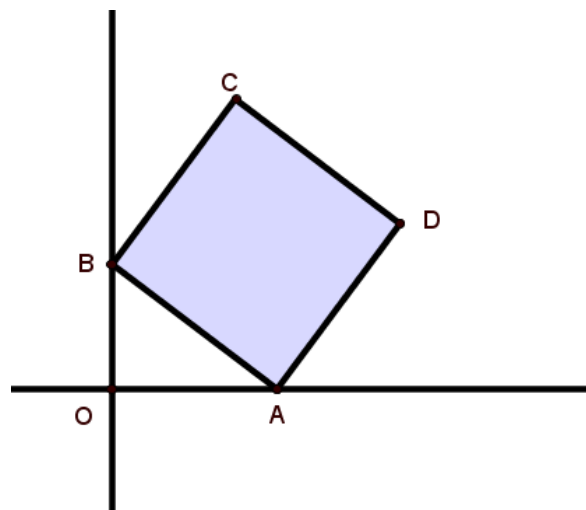
Γ21. Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου E εάν το πρασινοκόκκινο σχήμα είναι παραλληλόγραμμο.

(KARKAR)



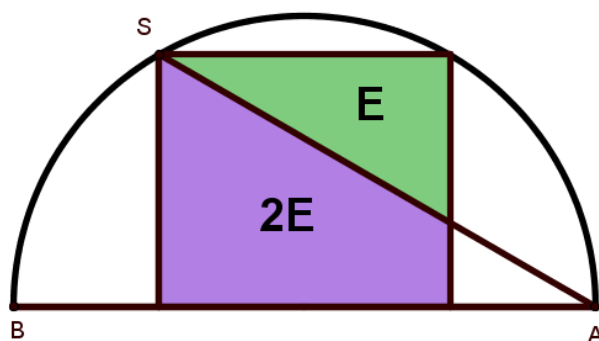
Γ22. Βρείτε το εμβαδόν του τετραγώνου $ABCD$ του σχήματος με $D(7,4)$.

(KARKAR)



Γ23. Εντοπίστε τη θέση του σημείου S , πάνω στο ημικύκλιο, ώστε η χορδή AS να τεμαχίζει το σχηματιζόμενο ορθογώνιο, σε δύο μέρη με λόγο $1:2$

(KARKAR)



για επανάληψη

Γ24. Δίνονται οι ευθείες $(\varepsilon) : 3x + 4y = 12$ και $(\zeta) : 3x + 4y = 24$.

- Να αποδείξετε ότι οι ευθείες είναι παράλληλες
- Να βρεθεί η απόσταση των ευθειών (ε) , (ζ)

(Γιάννης Κουτσούκος)

Γ25. Έστω οι ευθείες: $x = 4$ (ε_1) και $y = \sqrt{3}x + 6$ (ε_2)

- Βρείτε το σημείο τομής τους, έστω A
- Βρείτε την γωνία που σχηματίζουν μεταξύ τους
- Ποιά ευθεία περνά από το A και σχηματίζει με (ε_2) και $x'x$ ισοσκελές τρίγωνο και ποιά ισόπλευρο τρίγωνο;

(Κώστας Καπένης)