

7^η Εργασία από 11-5-2020 (Παραγοντοποίηση τριωνύμου)

Μεθοδολογία

(1) Η παράσταση $f(x) = ax^2 + bx + c$ με $a \neq 0$, λέγεται **τριώνυμο**.

(2) Η παραγοντοποίηση του τριωνύμου γίνεται σύμφωνα με τον παρακάτω πίνακα:

Αν $\Delta > 0$ και ρ_1, ρ_2 οι ρίζες του τριωνύμου τότε:	$ax^2 + bx + c = a(x - \rho_1)(x - \rho_2)$
Αν $\Delta = 0$ και ρ η μία διπλή ρίζα του τριωνύμου τότε:	$ax^2 + bx + c = a(x - \rho)^2$
Αν $\Delta < 0$ τότε:	δεν παραγοντοποιείται

Παραδείγματα: Να γίνουν γινόμενα παραγόντων τα παρακάτω τριώνυμα:

(α) $f(x) = 2x^2 - x - 1$

(β) $g(x) = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 8$

(γ) $h(x) = 2x^2 - 3x + 7$

Λύση:

(α) Έχουμε $\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-1) = 1 + 8 = 9 > 0$, οπότε το τριώνυμο έχει δυο ρίζες τις

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-1) \pm \sqrt{9}}{2 \cdot 2} = \frac{1 \pm 3}{4} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{1+3}{4} = \frac{4}{4} = 1 \\ x_2 = \frac{1-3}{4} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Επομένως $f(x) = 2x^2 - x - 1 = 2(x - x_1)(x - x_2) = 2(x - 1)\left(x + \frac{1}{2}\right) = (x - 1)(2x + 1)$.

(β) Έχουμε $\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 8 = 16 - 16 = 0$, οπότε το τριώνυμο έχει διπλή ρίζα την

$$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-4)}{2 \cdot \frac{1}{2}} = \frac{4}{1} = 4. \text{ Επομένως } g(x) = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 8 = \frac{1}{2}(x - x_0)^2 = \frac{1}{2}(x - 4)^2.$$

(γ) Έχουμε $\Delta = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 7 = 9 - 56 = -47 < 0$, οπότε το τριώνυμο δεν έχει ρίζες και δεν παραγοντοποιείται.

Εργασία

A) Να παραγοντοποιήσετε τα τριώνυμα:

1) $f(x) = 3x^2 - 7x - 6$

2) $g(x) = 2x^2 + 2x + \frac{1}{2}$

3) $h(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x + \frac{5}{2}$

B) Απλοποιήστε τις παρακάτω κλασματικές παραστάσεις:

1) $\frac{x^2 + 3x - 18}{x^2 + 4x - 12}$

2) $\frac{x^2 - 25}{x^2 - 6x + 5}$