

6^η Εργασία από 04-5-2020 (Εξισώσεις 2ου βαθμού)Μέθοδος επίλυσης εξισώσεων 2^{ου} βαθμού $ax^2 + bx + \gamma = 0$ με $a \neq 0$

Α) Εξισώσεις ελλιπούς μορφής

Αν $\beta = 0$ τότε: $ax^2 + \gamma = 0$.

π.χ. $4x^2 - 36 = 0$

$4x^2 = 36$

$\frac{4x^2}{4} = \frac{36}{4}$

$x^2 = 9$

$x = \pm\sqrt{9}$

$x = \pm 3$

$x = -3$ ή $x = 3$

Αν $\gamma = 0$ τότε: $ax^2 + bx = 0$.

π.χ. $2x^2 - 5x = 0$

$x(2x - 5) = 0$

$x = 0$ ή $2x - 5 = 0$

$2x = 5$

$\frac{2x}{2} = \frac{5}{2}$

$x = \frac{5}{2}$

Β) Εξισώσεις πλήρους μορφής

Για να λύσω την εξίσωση $ax^2 + bx + \gamma = 0$ με $a \neq 0$ βρίσκω πρώτα την **διακρίνουσα** $\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma$.

$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma$	Η εξίσωση $ax^2 + bx + \gamma = 0$, $a \neq 0$
Αν βρούμε $\Delta > 0$	Τότε έχει δύο ρίζες άνισες τις $x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha}$
Αν βρούμε $\Delta = 0$	Τότε έχει μια διπλή ρίζα τη $x = -\frac{\beta}{2\alpha}$
Αν βρούμε $\Delta < 0$	Τότε είναι αδύνατη στο \mathbb{R}

Παράδειγμα: Να λυθεί η εξίσωση $6x^2 - 5x + 1 = 0$ Οι συντελεστές της εξίσωσης είναι: $a = 6$ $\beta = -5$ $\gamma = 1$ Η διακρίνουσα είναι: $\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = (-5)^2 - 4 \cdot 6 \cdot 1 = 25 - 24 = 1 > 0$. Συνεπώς έχει 2 ρίζες άνισες, τις:

$$x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-(-5) \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 6} = \frac{5 \pm 1}{12} = \begin{cases} x_1 = \frac{5+1}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2} \\ x_2 = \frac{5-1}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3} \end{cases}$$

Εργασία: Να λυθούν οι παρακάτω εξισώσεις:

1) $x^2 - 49 = 0$

2) $x^2 + 14 = 0$

3) $3x^2 - 2 = 0$

4) $9x^2 + 36 = 0$

5) $x^2 - x = 0$

6) $-5x^2 + 4x = 0$

7) $2x^2 + 8x = 0$

8) $x^2 + 5x - 6 = 0$

9) $-3x^2 + 5x = 2$

10) $x^2 + 6x + 9 = 0$

11) $x^2 - 5x + 7 = 0$

12) $4x(2x - 1) + 8x = 9(x^2 - 2) - 14$

13) $x(x + 12) + 35 = 0$

14) $3x^2 = 12x - 12$

15) $3x - 4(2 - x^2) + 10 = 0$

16) $(x + 1)^2 - (x - 1)(x + 2) = -2x(x - 3)$