

5^η Εργασία από 20-4-2020 (Παραγοντοποίηση Αλγεβρικών Παραστάσεων)

Μια παράσταση που έχει αθροίσματα (προσθέσεις-αφαιρέσεις), γίνεται γινόμενο (πολ/σμοί)

Αν μπορέσεις να λύσεις τις παρακάτω 135 ασκήσεις, τότε σίγουρα κατέχεις την παραγοντοποίηση

A) Με κοινό παράγοντα π.χ.: $5x^2 - 15x = 5x(x - 3)$

1) $x^2 - x =$

2) $x^2 + 2x =$

3) $2x^2 - 2x =$

4) $4x + 2 =$

5) $2x - 2 =$

6) $-3x + 6 =$

7) $-5x + 25 =$

8) $-5x + 5 =$

9) $4x + 4 =$

10) $14x - 4 =$

11) $24x + 16 =$

12) $4x^2 - 8x =$

13) $4x^3 + 2x^2 =$

14) $8x^2 - 12x^3 =$

15) $6x^2y - 3xy^2 =$

16) $2a^5 - 10 =$

17) $15 + 20\mu =$

18) $24\kappa - 16\lambda =$

19) $a^2 - a =$

20) $a^3 - a^2 - a =$

21) $15\mu^2 + 20\mu =$

22) $26\mu^2 - 39\mu =$

23) $25z^2 - 75z =$

24) $3x^2 - 9x + 12 =$

25) $3x^2 - 9x + 12 =$

26) $3x^2 - 9x + 12x^3 =$

27) $24\kappa^2\lambda - 16\kappa\lambda^2 =$

28) $14 + 49\beta + 70\alpha =$

29) $4\nu\rho - 6\nu^2\rho^3 + 8\rho^2\nu =$

30) $220\omega^2 + 33\omega^3 =$

B) Με κοινό παράγοντα την παρένθεση π.χ.: $x(x + 5) - 7(x + 5) = (x + 5)(x - 7)$

(Μπορεί να χρειαστεί να αλλάξουμε πρόσημα)

1) $x(x + 3) + 2(x + 3) =$

2) $a(x + y) + \beta(x + y) =$

3) $(x + y + 1) + (x + y + 1)x + (x + y + 1)y =$

4) $x(a - \beta) - \gamma(a - \beta) =$

5) $2x(x+1) - 7x - 7 =$

6) $3x(2x - 1) - 2x + 1 =$

7) $4x(2 - 3x) + 4 - 6x =$

8) $4x(x - 2) - 2(2 - x) =$

9) $x(a - \beta) - \gamma(\beta - a) =$

10) $(x - 1)(x - 2) - (1 - x)(2x + 1) =$

11) $x^3(x + 1) - x(x + 1) =$

12) $6x^3(x - a) - 3x^2(x - a) =$

13) $4x(x + 3) - 6x^2(x + 3) =$

14) $(a - \beta)^3 + (a - \beta) =$

15) $(2\gamma + 2)(\gamma - 6) - (3\gamma + 3)(2 - \gamma) =$

16) $a^2(a - \beta)\beta^3 + a(a - \beta)^2\beta =$

17) $x(x - a)^2(x + 2a) - x^2(x - a)(x + 2a)^2 =$

18) $2xy(x - 2)^2 - 4x^2y(x - 2) =$

19) $2\gamma(2\gamma - 1) + 3(1 - 2\gamma) =$

20) $(a - \beta)(2x - \gamma) - 2(\beta - a)(\gamma - 2x) =$

Γ) Με ομαδοποίηση π.χ.: $ax^2 + a^2x - 3x - 3a = ax(x + a) - 3(x + a) = (x + a)(ax - 3)$

- | | |
|---|---|
| 1) $a\beta - \beta\gamma + \alpha\alpha - \alpha\gamma =$ | 2) $2a^2 - 6a - \alpha x + 3x =$ |
| 3) $3a^2x - 6a^2 - 2xy + 4y =$ | 4) $3ax - 6a + x - 2 =$ |
| 5) $2xy - 4ay - x + 2a =$ | 6) $ax^2 + a^2x - 3x - 3a =$ |
| 7) $2a + 4a\beta + 6\beta + 3 =$ | 8) $a^3 + a^2 + (a + 1)(a + 2) =$ |
| 9) $x^2 - x - \gamma x + y + \omega - \omega x =$ | 10) $a^3\beta^2\gamma + a^2\beta\gamma + 2a\beta + 2 =$ |
| 11) $4x^2\gamma + 10x - 6xy^2 - 15y =$ | 12) $x^5 - 4x^4 + 3x^3 - 12x^2 - x + 4 =$ |
| 13) $x^2 + \alpha x + \beta x + \alpha\beta =$ | 14) $2x(x - 3) - 3a(x - 3) - 4x + 6a =$ |
| 15) $3x + 2ax - 3a - 2x^2 =$ | 16) $a\beta + \beta x + a + \gamma a + \gamma x + x =$ |
| 17) $a\beta + \beta\gamma + \alpha\gamma + \gamma^2 + (\beta + \gamma)(\alpha + \beta) =$ | 18) $2a^3x^2 + 4ay^2 + 12xy^2 + 6a^2x^3 =$ |
| 19) $3ax - 3\beta x + 3\gamma x - \beta\psi - \gamma\psi - \alpha\psi =$ | 20) $\beta^3 - 3a\beta^2 - 2a\beta + 6a^2 =$ |

Δ) Με την ταυτότητα $a^2 - \beta^2 = (a - \beta)(a + \beta)$ (διαφορά τετραγώνων) π.χ.: $x^2 - 25 = x^2 - 5^2 = (x - 5)(x + 5)$

- | | | |
|---|-----------------------------------|--------------------------|
| 1) $36\omega^2 - 100 =$ | 2) $a^2\beta^2 - 4 =$ | 3) $1 - 4x^2 =$ |
| 4) $(\alpha + \beta)^2 - 1 =$ | 5) $4x^2 - 9 =$ | 6) $16 - 9a^2 =$ |
| 7) $(3x - 2)^2 - 25 =$ | 8) $(x - 5)^2 - 4x^2 =$ | 9) $a^2x^4 - 25 =$ |
| 10) $49x^2\gamma^4 - 64 =$ | 11) $(x + 3y)^2 - x^2 =$ | 12) $x^2 - (x + 3y)^2 =$ |
| 13) $(x + 2)^2 - (y + 2)^2 =$ | 14) $(5x + 3y)^2 - (3x + 5y)^2 =$ | 15) $x^4 - a^4 =$ |
| 16) $(\alpha + \beta)^2 - (\beta + \gamma)^2 =$ | 17) $(2x + 1)^2 - (1 - 3x)^2 =$ | 18) $4ax^2 - 9a =$ |
| 19) $(7 - 2x)^2 - (3x - 2)^2 =$ | 20) $4(2x - 1)^2 - 9(x + 2)^2 =$ | |

Ε) Με τις ταυτότητες $(\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$ και $(\alpha - \beta)^2 = \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$ (ανάπτυγμα τετραγώνου)

π.χ.: $x^2 + 10x + 25 = (x + 5)^2$ και $4x^2 - 12x + 9 = (2x - 3)^2$

- | | | |
|---|----------------------------------|-------------------------|
| 1) $x^2 + 2x + 1 =$ | 2) $25 + 10x^2 + x^4 =$ | 3) $4x^2 + 1 + 8x =$ |
| 4) $4x^2 + 9y^2 + 12xy =$ | 5) $9a^2 - 12ax^2 + 4x^4 =$ | 6) $x^4 - 10x^2 + 25 =$ |
| 7) $4a^2 - 4a + 1 =$ | 8) $25\kappa^2 + 20\kappa + 4 =$ | 9) $2x + 1 + x^2 =$ |
| 10) $(x + 3)^2 - 2\gamma(x + 3) + \gamma^2 =$ | | |

ΣΤ) Κάνοντας πρώτα τις πράξεις και μετά ότι προκύπτει:

1) $2x(2x^2 - 4) + x^3 - 2x =$

2) $(x + \gamma)^3 - x^3 - \gamma^3 =$

3) $x^2(x + 6) - x^3 - 8x =$

4) $(2x + 1)^2 - x(x - 2) - 1 =$

5) $(\alpha + \beta)^2 - \alpha(\alpha - \beta) =$

6) $(\alpha - \beta)^2 - \beta(\alpha + \beta) =$

7) $(\alpha + \beta)^2 - (\beta + \gamma)^2 - (\alpha - \gamma)(\alpha + \gamma) =$

8) $(2\alpha + 3\beta)(2\alpha - 3\beta) - 4\alpha(\alpha - 3\beta) =$

9) $(\alpha + 1)(\alpha - 1) - (\alpha - 1)(\alpha^2 + \alpha + 1) =$

10) $(\alpha + \beta)^3 - \alpha(\alpha - \beta)^2 - \beta(\beta - \alpha)^2 =$

Ζ) Συνδυαστικές (μετά την 1^η παραγοντοποίηση υπάρχει και 2^η)

1) $4ax^2 - 9a =$

2) $18 + 12x + 2x^2 =$

3) $4a^2(x-2) - 9(x-2) =$

4) $ax^2 - ay^2 =$

5) $a^6 - a^3 =$

6) $75a\beta^3 - 27a\beta =$

7) $2x^4 - 18x^2 =$

8) $2x^4(x - 1) - 8x^2(x - 1) =$

9) $a^3 - 4a^2 + 4a =$

10) $32x^4 - 8y^2 =$

11) $a(x - \gamma) + x^2 - \gamma^2 =$

12) $x^4 - x^2 + x + 1 =$

13) $12x^2 - 3 =$

14) $3(\alpha - \beta) - (\alpha^2 - \beta^2) =$

15) $x^2 - 2xy + y^2 + 2x - 2y =$

16) $\gamma^2 - \alpha^2 - 2\alpha\beta - \beta^2 =$

17) $x^2 + 2x + 1 - 9y^2 =$

18) $x^2 + 6xy + 9y^2 - (9x^2 - 6xy + y^2) =$

19) $(x - 2a)^2(x - 2) - 4x^3 + 8x^2 =$

20) $3a(2x+1) - 2\gamma(2x + 1) - 2\gamma x^2 + 3ax^2 =$

21) $x^2 + 4x + 4 - y^2 - 6y - 9 =$

22) $4x^2 - 8x - 9y^2 - 6y + 3 =$

23) $3a^2x + 2a^2 - (3x + 2)(4x^2 - 12x + 9) =$

24) $(x^2 - 9)^2 - 4(x + 3)^2 =$

25) $3(x - 2)(x^2 - 9) + 7(2 - x)(x - 3)^2 =$

