

**ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ
ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
«Ο ΘΑΛΗΣ»**

**Α' Τάξη Λυκείου
Θέματα: 2006-2015**

Δημήτριος Σπαθάρας
Σχολικός Σύμβουλος Μαθηματικών

www.pe03.gr



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
67^{ος} ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
“Ο ΘΑΛΗΣ”
ΣΑΒΒΑΤΟ, 9 ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΥ 2006

Α΄ τάξη Λυκείου

1. Η Α΄ τάξη ενός Λυκείου έχει 5 τμήματα που το καθένα έχει τουλάχιστον 20 μαθητές. Σε καθένα από τους μαθητές των τμημάτων αυτών δίνουμε 10 € Έτσι δώσαμε 1090€ Να αποδείξετε ότι δύο τουλάχιστον από τα τμήματα αυτά έχουν τον ίδιο αριθμό μαθητών.

2. Να λυθεί η εξίσωση $\lambda(\lambda x + 3) = \lambda^3 + 2\lambda x - 2$
για τις διαφορές πραγματικές τιμές της παραμέτρου λ .

3. Αν α, β, γ πραγματικοί αριθμοί διάφοροι του μηδενός να αποδείξετε ότι:

$$\left(\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\gamma} + \frac{\gamma}{\alpha}\right)^2 \geq 3\left(\frac{\alpha}{\gamma} + \frac{\gamma}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha}\right)$$

4. Σε τρίγωνο ΑΒΓ με $\hat{A} > \hat{B}$ οι διχοτόμοι των γωνιών \hat{A}, \hat{B} τέμνονται στο Ι. Στην πλευρά ΑΒ παίρνουμε τμήμα ΒΔ = ΒΓ – ΑΓ. Να αποδείξετε ότι : ΙΔ = ΙΑ.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
68^{ος} ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
“Ο ΘΑΛΗΣ”
ΣΑΒΒΑΤΟ, 24 ΝΟΕΜΒΡΙΟΥ 2007

Α΄ τάξη Λυκείου

Πρόβλημα 1

Δύο παιδιά συζητούν για αλγεβρικά προβλήματα.

Ο Γιάννης λέει στη Μαρία: Έχω σκεφτεί δύο ακέραιους αριθμούς x και y που είναι τέτοιοι ώστε, αν μειώσω τον x κατά 50 και αυξήσω τον y κατά 40, τότε το γινόμενό τους δεν μεταβάλλεται.

Η Μαρία ρωτάει το Γιάννη: Αν αυξήσεις τον αριθμό x κατά 100 και μειώσεις τον αριθμό y κατά 20, τότε πάλι το γινόμενό τους δεν μεταβάλλεται;

Ο Γιάννης απαντάει: Πράγματι, αυτό ισχύει.

Η Μαρία καταλήγει: Τότε γνωρίζω τους αριθμούς που σκέφθηκες.

Έχει δίκιο η Μαρία; Εσείς μπορείτε να βρείτε τους αριθμούς που σκέφθηκε ο Γιάννης;

Πρόβλημα 2

Αν $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$ με $(\alpha - \beta)(\beta - \gamma)(\gamma - \alpha) \neq 0$ τότε να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = \frac{(\alpha - 1)(\alpha + 1)}{(\alpha - \beta)(\alpha - \gamma)} + \frac{(\beta - 1)(\beta + 1)}{(\beta - \alpha)(\beta - \gamma)} + \frac{(\gamma - 1)(\gamma + 1)}{(\gamma - \alpha)(\gamma - \beta)}$$

Πρόβλημα 3

Θεωρούμε ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$ και $\hat{A} = 45^\circ$. Φέρουμε ευθεία ε κάθετη προς την $A\Gamma$ στο A η οποία τέμνει την προέκταση της ΓB στο E . Πάνω στην ευθεία ε παίρνουμε σημείο Δ τέτοιο ώστε $A\Delta = A\Gamma$ με το σημείο A να βρίσκεται μεταξύ των E και Δ . Να υπολογίσετε συναρτήσει της πλευράς $A\Gamma = \beta$:

- (α) το εμβαδόν του τετραπλεύρου $AB\Gamma\Delta$,
- (β) το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος AE .

Πρόβλημα 4

Να βρεθούν οι θετικοί ακέραιοι αριθμοί x, y που ικανοποιούν τη σχέση:

$$x^6 + 2x^3y^2 + 3x^3 + y^4 + 3y^2 - 40 = 0$$

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
69^{ος} ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
“Ο ΘΑΛΗΣ”
ΣΑΒΒΑΤΟ, 1 ΝΟΕΜΒΡΙΟΥ 2008

Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

1. Αν στο $\frac{1}{8}$ ενός αριθμού x προσθέσουμε το $\frac{1}{4}$ του αριθμού αυτού προκύπτει αριθμός μικρότερος κατά 1255 του αριθμού x . Να βρεθεί ο αριθμός x .
Μονάδες 5
2. Να προσδιορίσετε τους ακέραιους x, y και z που είναι τέτοιοι ώστε $0 \leq x \leq y \leq z$ και $xyz + xy + yz + zx + x + y + z = 44$.
Μονάδες 5
3. Να βρεθούν οι γωνίες των ισοσκελών τριγώνων τα οποία έχουν τη παρακάτω ιδιότητα: “υπάρχει ευθύγραμμο τμήμα που συνδέει μία κορυφή με την απέναντι πλευρά ώστε να δημιουργούνται μέσα στο ισοσκελές τρίγωνο, δύο ισοσκελή τρίγωνα”.
(Να εξετάσετε όλες τις δυνατές περιπτώσεις).
Μονάδες 5
4. Αν οι πραγματικοί αριθμοί ικανοποιούν τις ισότητες
$$x^2 - y = z^2, \quad y^2 - z = x^2, \quad z^2 - x = y^2,$$
να αποδείξετε ότι:
(α) $x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz$.
(β) Ένας τουλάχιστον από τους x, y, z ισούται με 0.
Μονάδες 5

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
70^{ος} ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
“Ο ΘΑΛΗΣ”
ΣΑΒΒΑΤΟ, 21 ΝΟΕΜΒΡΙΟΥ 2009

Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑ 1^ο

Το τετράγωνο ενός θετικού αριθμού είναι μεγαλύτερο από το δεκαπλάσιο του αριθμού κατά 75. Να βρεθεί ο αριθμός.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 2^ο

Αν οι αριθμοί μ, ν είναι θετικοί ακέραιοι και ισχύει ότι

$$4^{\mu-2} + 4^{\nu+2} \leq 2^{\mu+\nu+1},$$

να αποδείξετε ότι ο ακέραιος $A = 2^\mu + 2^\nu$ είναι πολλαπλάσιο του 34.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 3^ο

Δίνεται τρίγωνο ABΓ και έστω ΑΔ ύψος του.

(α) Αν υπάρχουν σημεία Ε και Ζ πάνω στις πλευρές ΑΒ και ΑΓ, αντίστοιχα, τέτοια ώστε να ισχύουν $\Delta E = \Delta Z$ και $A\hat{\Delta}E = A\hat{\Delta}Z$, να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ABΓ είναι ισοσκελές.

(β) Αν υπάρχουν σημεία Ε και Ζ στις προεκτάσεις των πλευρών ΒΑ και ΓΑ (προς το μέρος του Α), αντίστοιχα, τέτοια ώστε να ισχύουν $\Delta E = \Delta Z$ και $A\hat{\Delta}E = A\hat{\Delta}Z$, να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ABΓ είναι ισοσκελές.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 4^ο

Μία βρύση Α γεμίζει (λειτουργώντας μόνη της) μία δεξαμενή σε τρεις ώρες. Μία δεύτερη βρύση Β γεμίζει (λειτουργώντας μόνη της) την ίδια δεξαμενή σε τέσσερις ώρες. Μία τρίτη τέλος βρύση Γ αδειάζει (λειτουργώντας μόνη της) την ίδια δεξαμενή, όταν βέβαια είναι γεμάτη, σε έξι ώρες. Ένας αυτόματος μηχανισμός ανοίγει με τυχαία σειρά και τις τρεις βρύσες με τον εξής τρόπο: ανοίγει μία βρύση, μετά από δύο ώρες ανοίγει μία άλλη και τέλος μετά από μία ώρα ανοίγει και την άλλη βρύση. Ένας άλλος μηχανισμός μετρά το χρόνο που χρειάζεται να γεμίσει η δεξαμενή και ξεκινά τη λειτουργία του μόλις πέσει νερό μέσα στη δεξαμενή. Ποια είναι εκείνη η σειρά με την οποία, αν ανοίξει τις βρύσες ο μηχανισμός, ο αριθμός των ωρών που θα χρειαστούν για να γεμίσει η δεξαμενή θα είναι ακέραιος αριθμός; Ποιος είναι σε κάθε περίπτωση αυτός ο ακέραιος αριθμός;

Μονάδες 5

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
71^{ος} ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
“Ο ΘΑΛΗΣ”
ΣΑΒΒΑΤΟ, 30 ΟΚΤΩΒΡΙΟΥ 2010

Α΄ Λυκείου

1. Να προσδιορίσετε τους ακέραιους που είναι λύσεις του συστήματος εξίσωσης-ανίσωσης

$$x^2 - 5x = 14, \quad \frac{x-1}{2} + \frac{x^2-1}{4} < \frac{x(x-1)}{4}.$$

2. Αν α, β, γ είναι πραγματικοί αριθμοί, με κατάλληλο χωρισμό των όρων της σε ομάδες, να παραγοντοποιήσετε την παράσταση:

$$A = \alpha^4 + 2\alpha^3\beta + \alpha^2\beta^2 - \alpha^2\beta^2\gamma^2 - 2\alpha\beta^3\gamma^2 - \beta^4\gamma^2 - \alpha^2\gamma^2 + \beta^2\gamma^4.$$

3. Να λύσετε το σύστημα:

$$\frac{x}{2} - 1 = \frac{4}{y}, \quad \frac{x-1}{2} - \frac{2}{3y} = \frac{5}{3} + \frac{x}{3}.$$

4. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$ και το ύψος του $A\Delta$. Από τυχόν σημείο E του ύψους $A\Delta$ θεωρούμε ευθεία (ε) παράλληλη στη $B\Gamma$. Πάνω στην ευθεία (ε) θεωρούμε δύο διαφορετικά μεταξύ τους σημεία M, N έτσι ώστε $EM = EN$ και $MB < M\Gamma$. Να αποδείξετε ότι τα ευθύγραμμα τμήματα $M\Gamma$ και NB τέμνονται πάνω στο ύψος $A\Delta$.

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
72^{ος} ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
“Ο ΘΑΛΗΣ”
19 Νοεμβρίου 2011

Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

Πρόβλημα 1

Να βρείτε τις ακέραιες λύσεις του συστήματος:

$$\left\{ \begin{array}{l} (x-10)(x^2-7x+10)=0 \\ \frac{x^2+1}{2} + \frac{2x-1}{5} < \frac{x(x+1)}{2} \end{array} \right\}.$$

Πρόβλημα 2

Να απλοποιηθεί η παράσταση:

$$A(x) = \frac{1+x^4+(1+x)^3+x(1+x)^3}{1+x^2+(1+x)^2} - \frac{2(1+x^3)+(1+x)^3}{3(x^2+1)}$$

Πρόβλημα 3

(α) Αν κ ακέραιος, να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{\kappa x}{2} + \frac{x}{4} = \kappa(x+2) - \frac{3(\kappa x-1)}{4}.$$

(β) Για ποιες τιμές του ακέραιου κ η παραπάνω εξίσωση έχει ακέραιες λύσεις;

Πρόβλημα 4

Δίνεται οξυγώνιο ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$). Κύκλος με κέντρο την κορυφή A και ακτίνα $\rho < AB$ τέμνει τις πλευρές AB και AG στα σημεία E και Δ , αντίστοιχα. Οι ευθείες $B\Delta$, ΓE τέμνουν για δεύτερη φορά το κύκλο στα σημεία K , N αντίστοιχα. Αν T είναι το σημείο τομής των $B\Delta$, ΓE και S το σημείο τομής των ΔN , EK , να αποδείξετε ότι τα σημεία A , S και T βρίσκονται επάνω στην ίδια ευθεία.

*Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες
Διάρκεια διαγωνισμού: 3 ώρες*

Καλή επιτυχία!



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
73^{ος} ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
“Ο ΘΑΛΗΣ”
20 Οκτωβρίου 2012

Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

Πρόβλημα 1

Να βρεθούν οι ακέραιοι x που είναι ρίζες της εξίσωσης $x(x-2)=24$ και το τετράγωνό τους δεν είναι μεγαλύτερο του 25.

Πρόβλημα 2

Να απλοποιηθεί η παράσταση:

$$K(\alpha, \beta) = \frac{\alpha^3 + \beta^3 - \alpha^2 + \beta^2 + (\alpha\beta + \beta^2)(\alpha - 2\beta)}{(\alpha + \beta)^2 - \alpha - \beta},$$

αν $\alpha + \beta \neq 0$ και $\alpha + \beta \neq 1$.

Πρόβλημα 3

Δίνεται η εξίσωση

$$x^2 + 2\lambda x + \lambda^2 - 1 = 0.$$

Να βρείτε τις τιμές της παραμέτρου λ για τις οποίες η εξίσωση έχει δύο ρίζες μεγαλύτερες του -5 και μικρότερες του 2 και το άθροισμα των τετραγώνων τους είναι ίσο με 20.

Πρόβλημα 4

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $B\Gamma = \alpha$ και $AB = A\Gamma = 2\alpha$. Η παράλληλη ευθεία από την κορυφή Γ προς την πλευρά AB τέμνει την ευθεία της διχοτόμου $B\Delta$ στο σημείο E . Η ευθεία AE τέμνει την ευθεία $B\Gamma$ στο σημείο Z . Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ABZ είναι ισοσκελές.

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες

Διάρκεια διαγωνισμού: 3 ώρες

Καλή επιτυχία!



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
74^{ος} ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
“Ο ΘΑΛΗΣ”
19 Οκτωβρίου 2013

Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

Πρόβλημα 1

Αν τα συστήματα

$$(\Sigma_1) \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4} \\ \frac{3}{x} + \frac{4}{y} = \frac{1}{2} \end{cases} \text{ και } (\Sigma_2) \begin{cases} \alpha x + \beta y = 4 \\ 2\alpha x + 3\beta y = -8 \end{cases}$$

έχουν την ίδια λύση (x, y) , να βρείτε την τιμή των παραμέτρων α και β .

Πρόβλημα 2

Για τους θετικούς πραγματικούς αριθμούς x, y και z ισχύει ότι:

$$z = 2(x + y) \quad \text{και} \quad z = 3(x - y).$$

(α) Να αποδείξετε ότι: $y < x < z$.

(β) Να βρείτε την τριάδα (x, y, z) για την οποία: $x^2 + y^2 + z^2 = 680$.

Πρόβλημα 3

Να βρεθούν οι ακέραιοι x για τους οποίους οι αριθμοί $A = 8x + 1$ και $B = 2x - 3$ είναι και οι δύο τέλεια τετράγωνα ακεραίων.

Πρόβλημα 4

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$ και $\hat{A} = 20^\circ$. Θεωρούμε σημείο Δ πάνω στην πλευρά $A\Gamma$ τέτοιο ώστε $A\Delta = B\Gamma$. Από το σημείο A φέρουμε ευθύγραμμο τμήμα AE τέτοιο ώστε $AE \parallel B\Gamma$, $AE = AB$ και με τα σημεία E και Δ να βρίσκονται στο ίδιο ημιεπίπεδο ως προς την ευθεία AB . Στη συνέχεια κατασκευάζουμε το παραλληλόγραμμο $BAEZ$. Να βρείτε το μέτρο της γωνίας $B\hat{\Delta}Z$.

*Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες
Διάρκεια διαγωνισμού: 3 ώρες*

Καλή επιτυχία!



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
75^{ος} ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
“Ο ΘΑΛΗΣ”
1 Νοεμβρίου 2014

Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

Πρόβλημα 1

Να βρείτε την τιμή της αριθμητικής παράστασης:

$$A = \frac{2015^3 + 2013^3}{2014^2 + 4029^2} + \frac{2016^3 + 2012^3 - 18 \cdot 2014}{2014^2 + 4027^2} - \frac{4 \cdot 2014 \cdot (2014^2 + 3)(5 \cdot 2014^2 + 1)}{(5 \cdot 2014^2 + 1)^2 - (4 \cdot 2014)^2}$$

Πρόβλημα 2

Ένα βιβλίο μαθηματικών κυκλοφορεί σε 2 τόμους Α και Β. 100 αντίτυπα του τόμου Α και 120 αντίτυπα του τόμου Β κοστίζουν συνολικά 4000 ευρώ. Ένα βιβλιοπωλείο πούλησε 50 αντίτυπα του τόμου Α με έκπτωση 10% και 60 αντίτυπα του τόμου Β με έκπτωση 20% και εισέπραξε συνολικά 1680 ευρώ. Να προσδιορίσετε την τιμή πώλησης του ενός βιβλίου από κάθε τόμο.

Πρόβλημα 3

Δίνονται οι παραστάσεις:

$$A = (x^2 + y^2 + xy)^2 \quad \text{και} \quad B = 2 \left[(x^2 + y^2 + 2xy)^2 + x^4 + y^4 \right],$$

όπου x, y είναι ρητοί.

(α) Να γράψετε την παράσταση Α ως πολυώνυμο των μεταβλητών x, y διατεταγμένο ως προς τις φθίνουσες δυνάμεις του x .

(β) Να αποδείξετε ότι ο αριθμός \sqrt{B} είναι ρητός, για οποιαδήποτε τιμή των ρητών αριθμών x, y .

Πρόβλημα 4

Θεωρούμε τετράπλευρο $ABCD$ με τη γωνία $\hat{A} = 100^\circ$ και $\hat{D} = 40^\circ$. Αν DB είναι διχοτόμος της γωνίας \hat{CDA} και $DB = DC$, να υπολογισθεί το μέτρο της γωνίας \hat{CAB} .

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες
Διάρκεια διαγωνισμού: 3 ώρες

Καλή επιτυχία!



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
76^{ος} ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
“Ο ΘΑΛΗΣ”
14 Νοεμβρίου 2015

Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

Πρόβλημα 1

Να λύσετε την ανίσωση: $2x + (x+1)(x-1) < x^2 + x - 2 + \lambda$, όπου $\lambda \in \mathbb{R}$.

Στη συνέχεια να λύσετε την ανίσωση

$$\frac{2x-1}{4} - \frac{3}{8} > \frac{x-1}{4}$$

και να προσδιορίσετε τις τιμές της παραμέτρου λ για τις οποίες υπάρχουν τιμές του $x \in \mathbb{R}$ για τις οποίες οι δύο ανισώσεις συναληθεύουν.

Πρόβλημα 2

Να λυθεί το σύστημα
$$\left\{ \begin{array}{l} x + y - 1 = 6(x-3)(y+2) \\ \frac{3}{x-3} - \frac{4}{y+2} = 11 \end{array} \right.$$

Πρόβλημα 3

Να βρεθούν οι ακέραιοι x, y που είναι λύσεις της εξίσωσης

$$x + y + x^2 + y^2 = p,$$

όπου p πρώτος θετικός ακέραιος.

Πρόβλημα 4

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$ και $\hat{A} = 30^\circ$. Έστω Δ, Z τα μέσα των AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα. Κατασκευάζουμε (εξωτερικά του τριγώνου) ισόπλευρο τρίγωνο $B\Delta E$ και τετράγωνο $AZH\Theta$. Η μεσοκάθετη του $B\Delta$, τέμνει την $A\Gamma$ στο σημείο T . Να αποδείξετε ότι:

(α) το τρίγωνο AET είναι ισόπλευρο.

(β) τα τρίγωνα ATB και $\Delta\Theta T$ είναι ίσα.

*Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες
Καλή επιτυχία!*

Διάρκεια διαγωνισμού: 3 ώρες