

Ασκήσεις Επανάληψης στα Μαθηματικά

A. Εξισώσεις 1^{ου} βαθμού

Να λυθούν οι παρακάτω εξισώσεις:

$$\alpha) 2(x-1) = 4(x-4) \quad \beta) x+3 \quad x-1 = 9-2 \quad x-3 \quad \gamma) (8-x) - 10 \cdot (9-x) - 4 \cdot (x-1) = 1-8x$$

$$\delta) (x-3) + 10(2-5x) + 10x = -(15+10x) \quad \epsilon) \frac{x-1}{2} = \frac{1+2x}{3} \quad \sigma\tau) \frac{4x-5}{2} = \frac{6x-1}{3}$$

$$\zeta) \frac{1+x}{2} - \frac{2x-1}{3} = \frac{1+2x}{3} + \frac{1}{2} \quad \eta) \frac{x-2}{5} - \frac{x-3}{3} = \frac{1}{15} \quad \theta) \frac{2x+1}{2^2} - \frac{x-2}{2} = 1 + \frac{x}{3 \cdot 2^2}$$

$$\iota) \frac{x-2}{2} + \frac{3(2x-1)}{5} - \frac{6+2x}{4} = -\frac{7}{10} \quad \iota\alpha) \frac{x+4}{3} - \frac{x-4}{5} = 2 + \frac{3x-1}{15}$$

$$\iota\beta) \frac{3 \cdot (x-4)}{8} - \frac{3 \cdot x-5}{4} - \frac{x+5}{3} = \frac{2-x}{2} - \frac{5 \cdot (x+1)}{12} \quad \iota\gamma) 4 - \frac{4 \quad x-1}{5} = \frac{3}{5} - \frac{7 \quad x-4}{10}$$

B. Ανισώσεις 1^{ου} βαθμού

1. Να λυθούν οι παρακάτω ανισώσεις και να παρασταθούν οι λύσεις τους στη ευθεία των αριθμών:

$$\alpha) -2(x-3) + 6(x-4) > 6(2x-3) \quad \beta) 2(x-1) + 5(x-2) > 3(x-4) \quad \gamma) \frac{3x+1}{3} - \frac{3x-1}{2} > -\frac{2}{3}$$

$$\delta) \frac{4x-3}{5} - \frac{7x+5}{2} \geq -\frac{x+3}{2} \quad \epsilon) \frac{x+2}{2} - \frac{2x+3}{5} < \frac{x+5}{4} \quad \sigma\tau) \frac{3x+1}{4} - \frac{4-x}{3} > 1$$

$$\zeta) \frac{x+6}{2} + \frac{2 \quad x+17}{3} \leq 2x+7 - \frac{5 \quad x-10}{6} \quad \eta) \frac{3(x-4)}{5} - \frac{2(5+x)}{6} < \frac{5x-1}{10}$$

2. Να βρεθούν οι κοινές λύσεις των ανισώσεων και να παρασταθούν στην ευθεία των αριθμών:

$$\alpha) 3x-4 < 2(3-x) \text{ και } 2x-3(x+1) > x-5(x+1) \quad \beta) 4-5(x-2) \geq 13-3(x+1) \text{ και } \frac{x-1}{2} < 1+x$$

$$\gamma) \frac{2(x-5)}{5} - \frac{x}{2} < x - \frac{2x-7}{10} \text{ και } 2(3x-1) - (4-2x) \leq 2 \quad \delta) 7x-9 < 3x+7 \text{ και } \frac{x-2}{2} - \frac{x-3}{3} < \frac{7x-3}{6}$$

$$\epsilon) \frac{x-1}{2} - \frac{x-2}{2} < \frac{x}{6} \text{ και } x - \frac{x-1}{2} < \frac{x-2}{3}$$

$$\sigma\tau) \frac{2 \quad x-1}{5} - \frac{5x+6}{2} \geq -\frac{x+4}{10} \text{ και } 4 - \frac{2 \quad x-3}{3} \geq \frac{3x-5}{4} + \frac{4x+3}{12}$$

Γ. Τετραγωνική Ρίζα Θετικού Αριθμού

1. Να υπολογίσετε τις τετραγωνικές ρίζες

$$\alpha) \sqrt{36+64} \quad \beta) \sqrt{81+19} \quad \gamma) \sqrt{5^2} \quad \delta) \sqrt{(-2)^2} \quad \epsilon) \sqrt{16} - \sqrt{100} + 5\sqrt{4}$$

$$\sigma\tau) \sqrt{\frac{25}{4}} + \sqrt{\frac{36}{16}} - \sqrt{\frac{49}{64}} \quad \zeta) \sqrt{(-2)(-8)} + \sqrt{(-2)(-32)} \quad \eta) \sqrt{3 \cdot 12} \quad \theta) \sqrt{3 \cdot 27}$$

$$\iota) \sqrt{20 \cdot 5} \quad \iota\alpha) \sqrt{4 \cdot 5} \quad \iota\beta) \sqrt{16 \cdot 9} \quad \iota\gamma) \sqrt{25 \cdot 36} \quad \iota\delta) \sqrt{16+9}$$

2. Να υπολογίσετε τις παρακάτω παραστάσεις

$$A = \sqrt{4 \cdot \sqrt{16}} \quad B = \sqrt{2 \cdot \sqrt{4}} \quad \Gamma = \sqrt{5 \cdot \sqrt{25}} \quad \Delta = \sqrt{3 \cdot \sqrt{(1+\sqrt{9})4+4}} \quad E = \sqrt{3\sqrt{9}}$$

$$Z = \sqrt{8\sqrt{4}} \quad H = \sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{4}}}} \quad \Theta = \sqrt{20 + \sqrt{22 + \sqrt{3 + \sqrt{36}}}} \quad I = \sqrt{13 - \sqrt{21 - \sqrt{29 - \sqrt{16}}}}$$

$$K = \sqrt{2 + \sqrt{45 + \sqrt{22 - \sqrt{36}}}} \quad \Lambda = \sqrt{31 - \sqrt{40 - \sqrt{16}}}$$

Δ. Συναρτήσεις

1. Να συμπληρώσετε τον πίνακα τιμών της συνάρτησης $y = 3x - 1$ Ομοίως για την συνάρτηση $y = 2x$

x	-2	-1	0	1	2
y					

x	-2	-1	0	1	2
y					

Στη συνέχεια να τις σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα αξόνων. Τι παρατηρείτε;

2. Μια ευθεία διέρχεται από την αρχή των αξόνων και το σημείο $A(-4,4)$.

α) Ποια είναι η κλίση της ευθείας αυτής;

β) Να γράψετε την εξίσωση της ευθείας αυτής και να κάνετε τη γραφική της παράσταση.

3. Να κάνετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = 3x$. Στη συνέχεια στο ίδιο σύστημα αξόνων να κάνετε τη γραφική παράσταση των συναρτήσεων $y = 3x - 3$ και $y = 3x + 2$ χωρίς να χρησιμοποιήσετε πίνακα τιμών.4. Μια ευθεία έχει κλίση -1 και τέμνει τον άξονα y' στο σημείο $B(0,4)$

α) Να βρείτε την εξίσωση της παραπάνω ευθείας.

β) Να κάνετε τη γραφική της παράσταση.

γ) Να εξετάσετε αν η ευθεία αυτή διέρχεται από το σημείο $A(1,4)$

5. Μία ευθεία διέρχεται από την αρχή των αξόνων και το σημείο $A(2, -6)$.

α) Να βρείτε την κλίση της ευθείας αυτής.

β) Να γράψετε την εξίσωση της ευθείας και να συμπληρώσετε το διπλανό πίνακα τιμών.

x	1	-3		
y			12	-4

γ) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που τέμνει τον άξονα $y'y$ στο σημείο $(0,4)$ και είναι παράλληλη στην ευθεία του ερωτήματος (β)

6. Δίνεται η ευθεία $y = 2x - 6$

α) Να συμπληρώσετε τον διπλανό πίνακα τιμών της

β) Να τη σχεδιάσετε σε ένα ορθογώνιο σύστημα αξόνων.

γ) Να βρείτε ποιά ευθεία είναι παράλληλη στην παραπάνω ευθεία και διέρχεται από την αρχή των αξόνων (εξίσωση και σχεδίαση).

x	0	1		
y			0	-2

7. Δίνεται η ευθεία που διέρχεται από το σημείο $A(0,-3)$ και είναι παράλληλη στην $y = -\frac{3}{4}x$.

α) Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας

β) Να συμπληρώσετε τον διπλανό πίνακα τιμών της

γ) Να τη σχεδιάσετε σε ένα ορθογώνιο σύστημα αξόνων και να βρείτε το εμβαδόν και την περίμετρο του τριγώνου που σχηματίζει η ευθεία με τους άξονες.

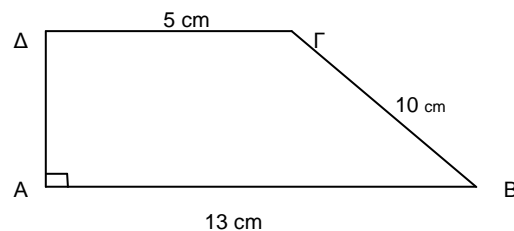
x	-4	0	4
y			

Ε. Εμβαδά Επίπεδων Σχημάτων - Πυθαγόρειο Θεώρημα

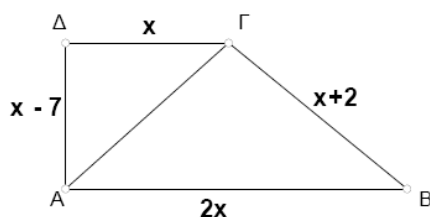
1. Ένα ισοσκελές τρίγωνο ($AB=AG$) με βάση $B\Gamma = 16\text{cm}$ έχει εμβαδόν $E = 48\text{cm}^2$, να υπολογίσετε το μήκος των ίσων πλευρών AB, AG .

2. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ το ύψος $A\Delta=12\text{cm}$ και $\Gamma\Delta=16\text{cm}$ και $B\Delta=9\text{cm}$. Να δείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο και να υπολογίσετε το εμβαδόν του.

3. Να βρείτε το ύψος του διπλανού τραπέζιου $AB\Gamma\Delta$ του οποίου οι γωνίες $\hat{\Delta}$ και \hat{A} είναι ορθές.



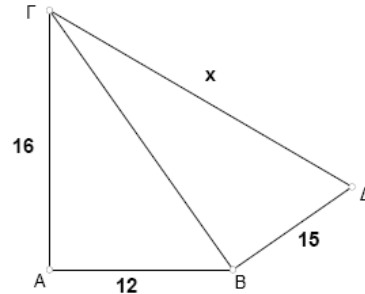
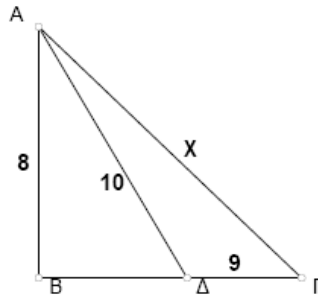
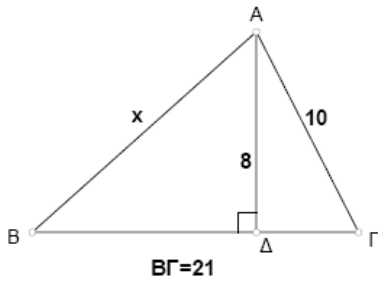
4. Το διπλανό σχήμα είναι τραπέζιο με $\hat{A} = \hat{\Delta} = 90^\circ$ και περίμετρο 70 cm . Να υπολογίσετε:



α) Τις πλευρές του

β) Τη διαγώνιο $A\Gamma$ και το εμβαδόν του.

5. Να υπολογίσετε το x στα παρακάτω τρίγωνα:

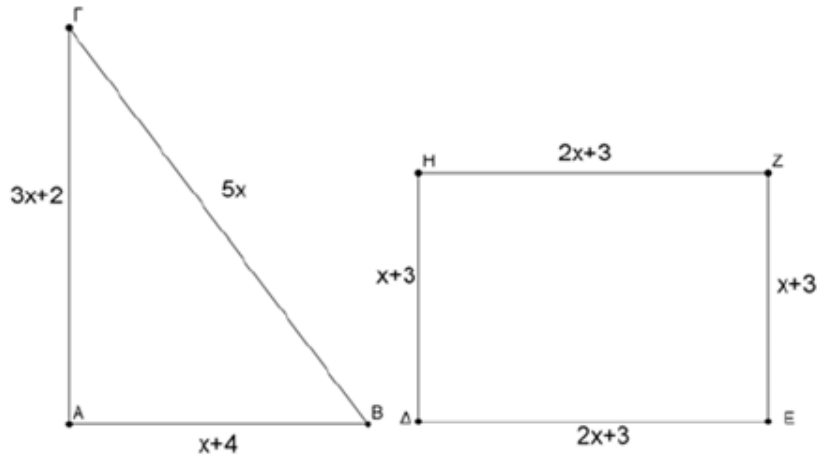


6. Στα παρακάτω σχήματα η περίμετρος του τριγώνου $ABΓ$ είναι ίση με την περίμετρο ορθογωνίου παραλληλογράμμου $ΔΕΖΗ$.

α) Να αποδείξετε ότι η περίμετρος του τριγώνου είναι ίση με $9x+6$ και του ορθογωνίου παραλληλογράμμου είναι ίση με $6x+12$.

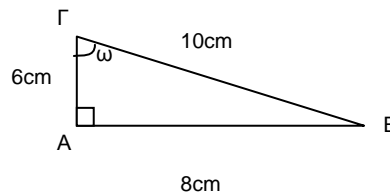
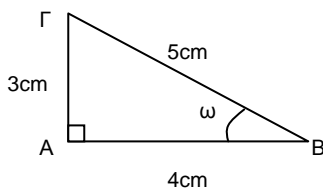
β) Να αποδείξετε ότι $x = 2$

γ) Για $x = 2$, να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $ABΓ$ είναι ορθογώνιο και να υπολογίσετε τα εμβαδά των δύο σχημάτων.

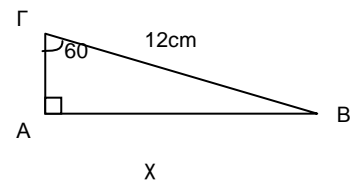
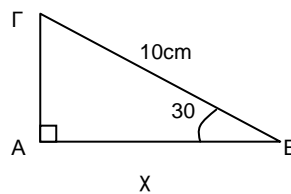
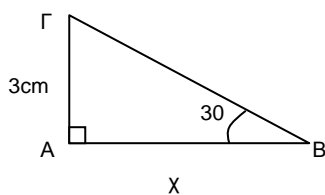


Z. Τριγωνομετρία

1. Να υπολογίσετε το $\eta\mu\omega$, $\sigma\upsilon\omega\omega$ και $\epsilon\phi\omega$ στα παρακάτω σχήματα

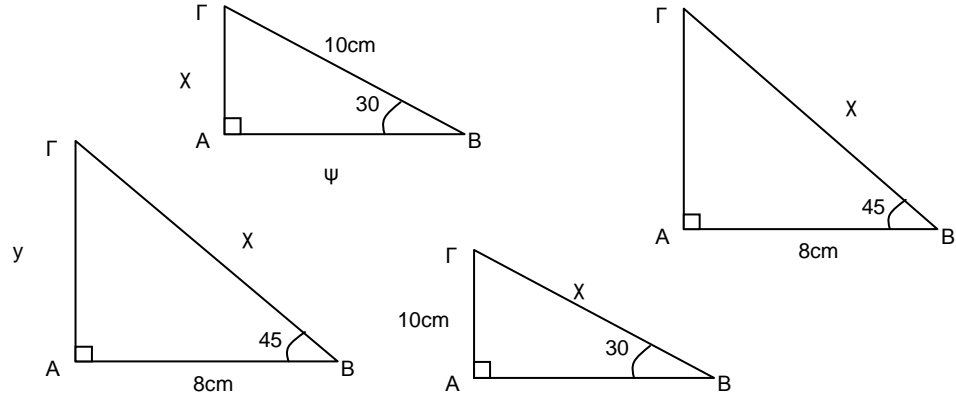


2. Υπολογίστε τις πλευρές x και ψ στα παρακάτω ορθογώνια τρίγωνα:



Δίνονται:

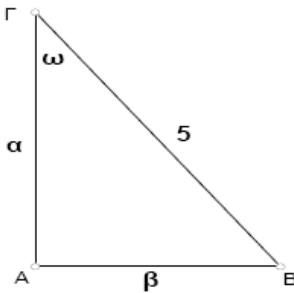
Γωνία	ημω	συνω	εφω
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$



3. Ένα τρίγωνο έχει πλευρές $AB = x - 4$, $AG = x$, $BΓ = x + 2$ και περίμετρο 60 m.

- α) Να αποδείξετε ότι $x = 24$.
- β) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.
- γ) Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας Β.

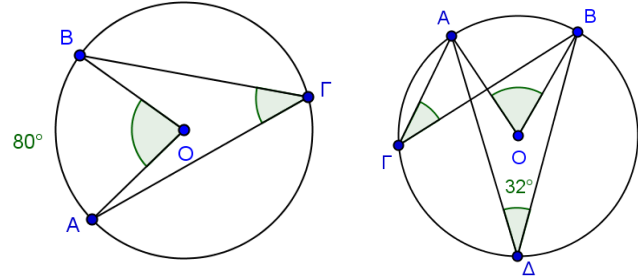
4. Στο παρακάτω ορθογώνιο τρίγωνο $ABΓ$ η γωνία Α είναι ορθή και ισχύουν $\eta\mu\omega = 0,8$ και $BΓ = 5$ m



- Να υπολογίσετε:
- α) Τα μήκη των πλευρών α και β.
 - β) Τα συνω και εφω.
 - γ) Το εμβαδόν του τριγώνου.

Η. Μέτρηση κύκλου

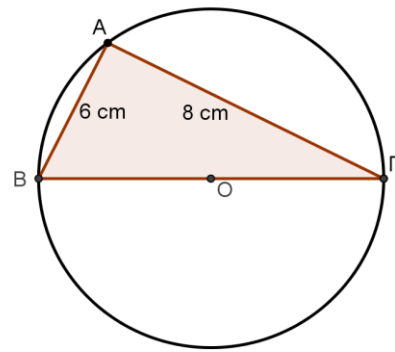
1) Να συμπληρώσετε το μέτρο των γωνιών \hat{O} και $\hat{\Gamma}$ που είναι σημειωμένες στα παρακάτω σχήματα και να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.



- 2) Να υπολογίσετε την γωνία και την κεντρική γωνία ενός κανονικού 12-γώνου.
- 3) Πόσες πλευρές έχει ένα κανονικό πολύγωνο που έχει: α) κεντρική γωνία 18° β) γωνία 150°

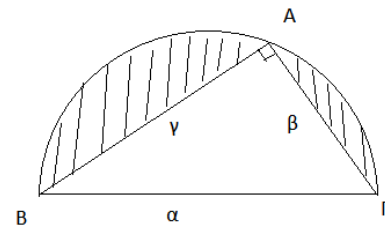
4) Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι εγγεγραμμένο στον κύκλο.

- α) Να δικαιολογήσετε γιατί η γωνία A είναι ορθή και να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς $B\Gamma$.
 β) Να υπολογίσετε το μήκος του κύκλου και το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου.
 γ) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$ και της περιοχής που περικλείεται από το τρίγωνο και τον κύκλο.



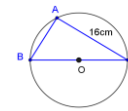
5) Δίνεται το ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ του επόμενου σχήματος. Αν $\alpha = 10$ cm και $\beta = 6$ cm, να υπολογίσετε:

- α) Την πλευρά γ και το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.
 β) Την ακτίνα και το εμβαδόν του ημικυκλίου
 γ) Το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου τμήματος.



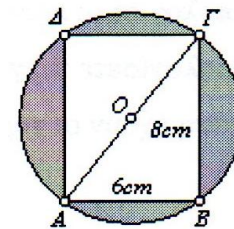
6) Στο παρακάτω σχήμα η $B\Gamma$ είναι η διάμετρος του κύκλου, η πλευρά $A\Gamma$ του τριγώνου $AB\Gamma$ είναι $A\Gamma = 16$ cm και το μήκος του κύκλου είναι $L = 62,8$ cm.

- α) Να υπολογίσετε την ακτίνα του κύκλου και το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου.
 β) Να εξηγήσετε γιατί η γωνία A είναι ορθή και στη συνέχεια να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς AB του τριγώνου $AB\Gamma$.



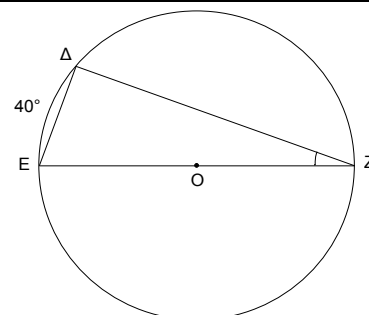
7) Στο παρακάτω σχήμα το ορθογώνιο $AB\Gamma\Delta$ έχει διαστάσεις $AB=6$ cm, $B\Gamma=8$ cm και είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο με κέντρο O και ακτίνα ρ . Να υπολογίσετε:

- α) την διάμετρο $A\Gamma$ του κύκλου.
 β) το εμβαδό του κυκλικού δίσκου.
 γ) το εμβαδό του γραμμοσκιασμένου μέρους του σχήματος.



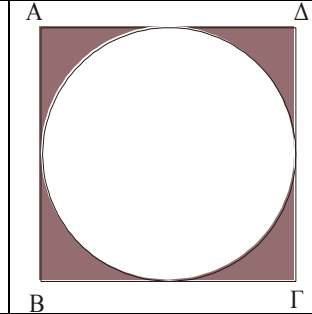
8) Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος (O, ρ) με εμβαδόν 314 cm². Αν η EZ είναι μια διάμετρος αυτού και το τόξο ΔE είναι 40° , να υπολογίσετε:

- α) Τις γωνίες του τριγώνου ΔEZ , δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.
 β) Την ακτίνα ρ του κύκλου.
 γ) Το μήκος του κύκλου και το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου.

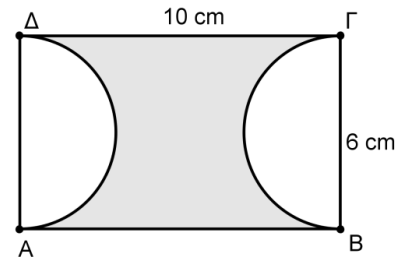


- 9) Δίνεται τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$ πλευράς $a = 10 \text{ cm}$ το οποίο είναι εγγεγραμμένο σε ένα κύκλο (O, ρ) .
- (α) Να υπολογίσετε την ακτίνα ρ του κύκλου.
- (β) Να αποδείξετε ότι το μήκος L του κύκλου (O, ρ) ισούται με $10\pi\sqrt{2} \text{ cm}$
- (γ) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του μέρους που βρίσκεται μεταξύ του τετραγώνου και του κύκλου.

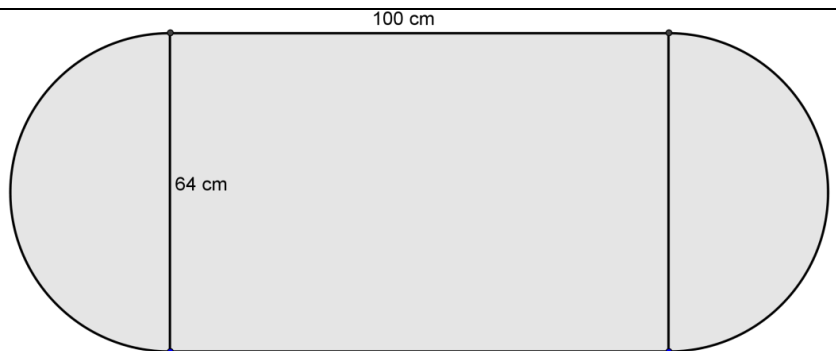
- 10) Να βρείτε το εμβαδόν της επιφάνειας που βρίσκεται μεταξύ τετραγώνου και κύκλου στο διπλανό σχήμα, γνωρίζοντας ότι το τετράγωνο έχει πλευρά μήκους 20 cm .



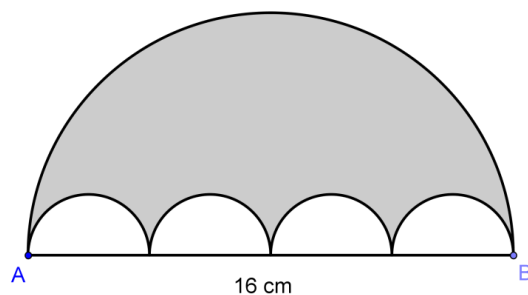
- 11) Στο διπλανό σχήμα οι πλευρές $B\Gamma$ και $A\Delta$ είναι διάμετροι ημικυκλίων. Να βρείτε την περίμετρο και το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου σχήματος.



- 12) Να αποδείξετε ότι η περίμετρος του διπλανού σχήματος είναι $64\pi + 200 \text{ cm}$ και το εμβαδόν του είναι $1024\pi + 640 \text{ cm}^2$.

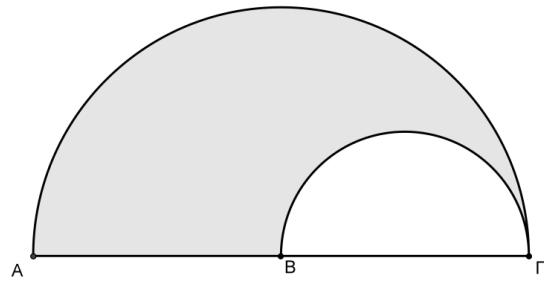


- 13) Στο παρακάτω σχήμα τα μικρά σχεδιασμένα ημικύκλια έχουν ίσες διαμέτρους. Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν της γραμμοσκιασμένης περιοχής είναι $24\pi \text{ cm}^2$.



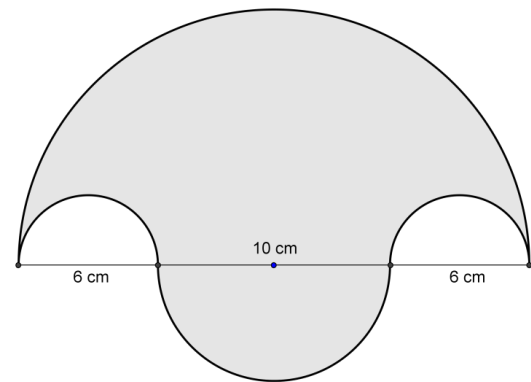
14) Αν $AB = B\Gamma = 10 \text{ cm}$, να υπολογίσετε το εμβαδόν και την περίμετρο του γραμμοσκιασμένου μέρους.

Απ. $E = \frac{75\pi^2}{2} \text{ cm}^2$



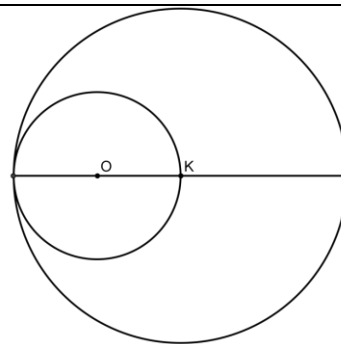
15) Στο διπλανό σχήμα είναι σχεδιασμένα ημικύκλια. Να βρείτε το εμβαδόν και την περίμετρο του γραμμοσκιασμένου μέρους του σχήματος.

Απ. $E = 64\pi \text{ cm}^2$
 $L = 22\pi \text{ cm}$



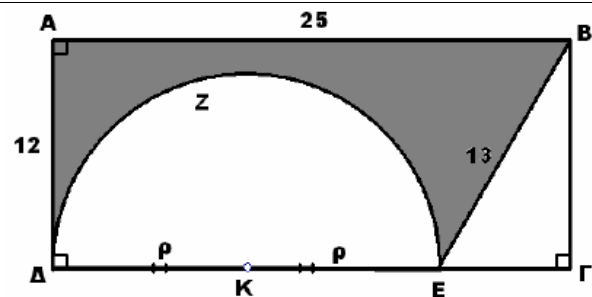
16) Στο διπλανό σχήμα ο κύκλος με κέντρο O εφάπτεται του κύκλου με κέντρο K και διέρχεται από το K. Αν το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου με κέντρο O είναι 4 cm^2 , να βρείτε το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου με κέντρο K.

Απ. 16 cm^2



17) Στο διπλανό σχήμα:

- α) να αποδείξετε ότι $E\Gamma = 5$
 β) να αποδείξετε ότι το ημικύκλιο EZΔ έχει ακτίνα $\rho = 10$
 γ) να υπολογίσετε την περίμετρο και το εμβαδόν της γραμμοσκιασμένης επιφάνειας.



18) Θεωρούμε ένα ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) εγγεγραμμένο σε κύκλο (O, ρ) με $AB = 12 \text{ cm}$, $A\Gamma = 16 \text{ cm}$. Να βρείτε:

- α) Το μήκος της πλευράς $B\Gamma$.
 β) Το μήκος των τμημάτων OB και $O\Gamma$.
 γ) Το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$ και το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου.

19) Το εμβαδόν ενός κύκλου είναι 314 cm^2 . Να βρείτε το μήκος του.